

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ve FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

DİZİLER ÖĞRETİMİNDE JUGGLING UYGULAMASI
ÜZERİNE ÖNERİLER

HAZIRLAYAN
ELİF CEREN ÇAĞLIYAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ANKARA - 2022

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ve FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

SUGGESTIONS ON THE PRACTICE OF JUGGLING IN
TEACHING SEQUENCES

HAZIRLAYAN
ELİF CEREN ÇAĞLIYAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEZ DANIŞMANI
DOÇ. DR. MİRAC ÇETİN

ANKARA – 2022

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı çerçevesinde Elif Ceren Çağlıyan tarafından hazırlanan bu çalışma, aşağıdaki jüri tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Savunma Tarihi: 19 / 08 / 2022

Tez Adı: Diziler Öğretiminde Juggling Uygulaması Üzerine Öneriler

Tez Jüri Üyeleri (Unvanı, Adı - Soyadı, Kurumu)	İmza
Prof. Dr. Naim TUĞLU, Gazi Üniversitesi
Doç. Dr. Miraç ÇETİN, Başkent Üniversitesi
Dr. Öğr. Üyesi Merve KOŞTUR, Başkent Üniversitesi

ONAY

Prof. Dr. Servet ÖZDEMİR
Eğitim Bilimleri Enstitü Müdürü
Tarih: ... / ... /

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Tarih: 26 / 07 / 2022

Öğrencinin Adı, Soyadı: Elif Ceren Çağlıyan

Öğrencinin Numarası: 21820039

Anabilim Dalı: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Programı: Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı

Danışmanın Unvanı/Adı, Soyadı: Doç. Dr. Miraç Çetin

Tez Başlığı: Diziler Öğretiminde Juggling Uygulaması Üzerine Öneriler

Yukarıda başlığı belirtilen Yüksek Lisans tez çalışmamın; Giriş, Ana Bölümler ve Sonuç Bölümünden oluşan, toplam 55 sayfalık kısmına ilişkin, 26 / 07 / 2022 tarihinde tez danışmanım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %9'dur. Uygulanan filtrelemeler:

1. Kaynakça hariç
2. Alıntılar hariç
3. Beş (5) kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

“Başkent Üniversitesi Enstitüleri Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Usul ve Esaslarını” inceledim ve bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranlarına tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Öğrenci İmzası:.....

ONAY

Tarih: ... / ... /

Öğrenci Danışmanı Unvan, Ad, Soyad, İmza:

Doç. Dr. Miraç ÇETİN

.....

TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım boyunca değerli katkılarıyla beni yönlendiren ve bana her zaman destek olan Sayın Hocam Doç. Dr. Miraç ÇETİN'e yine görüş ve önerileriyle beni yönlendiren Sayın Dr. Öğr. Üyesi Merve KOŞTUR'a ve manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan aileme teşekkürü borç bilirim.

Ayrıca çalışmanın uygulama aşamasında yardımlarını esirgemeyen Gazi Üniversitesi öğretim üyesi Prof. Dr. Naim TUĞLU'ya ve Başkent Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı öğretim üyelerine teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

Elif Ceren ÇAĞLIYAN

Diziler Öğretiminde Juggling Uygulaması Üzerine Öneriler

**Başkent Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Yüksek Lisans Programı**

2022

Bu çalışmanın amacı juggling dizilerinin ortaöğretim matematik müfredatında konu ve etkinlik içeriğinde kullanılması ile ilgili öğretim üyelerinin görüşlerini almaktır. Bu amaç ile beraber hem juggling dizilerinin matematiksel boyutu anlatılmıştır hem de matematik müfredatında yer alan diziler alt öğrenme alanı dahilinde bir etkinlik önerisinde bulunulmuştur. 5E modeline göre araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlik planı üzerine görüş almaya dayalı nitel bir araştırma yapılmıştır. Araştırmada Başkent Üniversitesi ve Gazi Üniversitesi'nden matematik eğitimi ve matematik alanındaki toplam 15 akademisyene bu tez kapsamında hazırlanan sunum izletilmiştir ve etkinlik planı anlatılmıştır. Sunumda juggling matematiğinden ortaöğretim matematik müfredatına uygun olabilecek şekilde bahsedildikten sonra etkinlik ve konu üzerine görüş almaya dayalı 8 adet soru sorulmuştur. Katılımcılara yöneltilen 8 soru, konu ve etkinliğin derslerde kullanılmasının ne yönde etkileri olacağını, öğrencilerin nasıl verim alabileceklerini, etkinliğin artılarını ve eksilerini belirlemeye yönelik olmuştur. Katılımcılardan fikirlerini tezde kullanmak üzere izin alınmış olup hiçbir şekilde isimlerinin ve özel bilgilerinin paylaşılmayacağı belirtilmiştir. Ayrıca görüşme esnasında verilerin daha güvenilir aktarılması için ses kaydı kullanma izni de alınmıştır. Ses kaydı izni vermeyenlerin görüşleri kendilerinin yanında yazıya dökülmüştür. 15 katılımcının her birinden fikirleri istenmiştir ve görüşleri yorum katılmadan birebir aktarılmıştır. 15 katılımcının cevaplarına göre sorular için frekans tablosu ve sonuçlar eklenmiştir. Görüşmelerin tamamı yüz yüze gerçekleştirilmiştir.

Araştırmada elde edilen bulgulara göre katılımcıların büyük çoğunluğu juggling dizilerine derslerinde yer vermek istemişlerdir. Konunun günlük hayattan bir örnek olması,

matematik ile ilişkilendirilmesi, somut bir örnek teşkil etmesi, teknoloji ile ilişkili olması, hareketli bir etkinlik olması ve bağlama uygun olması gibi nedenler dolayısıyla juggling matematiğinin ilgi çekici olduğunu, öğrenciler üzerinde olumlu tutum geliştirebileceğini belirtmişlerdir. Ayrıca katılımcılar juggling dizileri ve etkinliğinin müfredata uygun olması, matematiksel modelleme ve temsil yapılmasına olanak sağlaması, öğrencilere farklı bakış açıları kazandırabilmesi, günlük hayattan bir örnek olması ve aynı zamanda merak uyandırması nedeniyle ders planına dahil edilebileceğini belirtmişlerdir.

Günümüzde matematiğin de geldiği noktaya bakarsak öğrenci merkezli yöntemler kullanıldığında öğrenciler daha kalıcı öğrenebilmekte ve soyut olan matematiği somutlaştırabilmektedirler (Duman v.d, 2001). Sonuç olarak matematik öğretiminde de öğrencilere akıl yürütmeyi destekleyecek, farklı problem durumlarını inceleyebilecek, yaparak-yaşayarak aktif bir şekilde katılabileceği, çözüme kendisinin ulaşabileceği etkinlikler kullanmak matematik öğretiminin verimli olabilmesi için büyük önem taşıyor (Tural, 2005). Öğretmenler ise müfredatta yer alan konulara uygun etkinlikler bulmakta arayış içindedirler. Diziler konusu da bu anlamda arayışlar içinde olunan konu olup, bu tez çalışması öğretmenlere hem günlük hayatta matematik konularından birini anlatan hem de diziler konusuna bir etkinlik önerisi sunan bir kaynak olacaktır. Akademisyenlerden alınan görüşler doğrultusunda konunun diziler alt öğrenme alanına uygun, ilgi çekici ve derslerde kullanılmasının olumlu olacağı yönünde sonuca ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: juggling, diziler, juggling matematiği, etkinlik

ABSTRACT

Elif Ceren ÇAĞLIYAN

Suggestions on The Practice of Juggling in Teaching Sequences

**Başkent University
Institute of Educational Sciences
Mathematics Education Major Science
Master Program**

2022

The aim of this study is to get the opinions of the faculty members about the use of juggling sequences in the secondary school mathematics curriculum on the basis of subject and mathematical modelling task. With this aim, both the mathematical dimension of juggling sequences are explained and a mathematical modelling task proposal is made within the sub-learning area of sequences in the mathematics curriculum. A qualitative research was conducted on the mathematical modelling task's plan prepared by the researcher according to the 5E model. In the research, a total of 15 academicians from Başkent University and Gazi University in the field of mathematics education and mathematics were watched the presentation prepared within the scope of this thesis and the mathematical modelling task plan was explained. After mentioning juggling mathematics in accordance with the secondary school mathematics curriculum in the presentation, 8 questions were asked based on getting opinions on the a mathematical modelling task and the subject. Eight questions asked to the participants aimed to determine the effects of using the subject and mathematical modelling task in the lessons, how the students can get efficiency, and the pros and cons of the mathematical modelling task. Permission was obtained from the participants to use their ideas in the thesis, and it was stated that their names and private information would not be shared in any way. In addition, permission to use a voice recording was obtained during the interview in order to transfer the data more reliably. Opinions of those who did not give permission for audio recording were written down alongside them. Opinions were asked from each of the 15 participants and their opinions were conveyed one-to-one without adding comments. Frequency table and results were added for the questions according to the answers of 15 participants. All the interviews were conducted face to face.

According to the findings of the research, the vast majority of the participants wanted to include juggling sequences in their lessons. An example from everyday life to the subject, from mathematics to be associated with a concrete example, setting the technology to be associated with, for reasons such as to be a lively event to be appropriate to the context and the mathematics of juggling is interesting, reported that students develop a positive attitude. In addition, the participants stated that juggling sequences and mathematical modelling task can be included in the lesson plan because they are suitable for the curriculum, allow mathematical modeling and representation, give students different perspectives, are an example from everyday life and at the same time arouse curiosity.

If we look at the point that mathematics has reached today, when student-centered methods are used, students can learn more permanently and embody the abstract mathematics (Duman v.d, 2001). As a result, it is of great importance for mathematics teaching to be efficient to use mathematical modelling tasks that will support reasoning, examine different problem situations, actively participate by doing-experience, and reach the solution themselves in mathematics teaching (Tural, 2005). Teachers, on the other hand, are in search of mathematical modelling tasks that are suitable for the subjects in the curriculum. In this sense, the subject of sequences is a subject that is sought after, and this thesis will be a resource that both tells teachers about one of the mathematics topics in daily life and offers a mathematical modelling task proposal for the topic of sequences. In line with the opinions received from the academicians, it was concluded that the subject would be suitable for the sub-learning area of sequences, interesting and positive to be used in lessons.

Key Words: juggling, sequences, juggling mathematics, mathematical modelling task

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	vi
TABLolar LİSTESİ.....	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	ix
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ.....	1
1.1. Problem.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	1
1.3. Araştırmanın Önemi.....	2
1.4. Sayıtlar.....	3
1.5. Varsayımlar.....	3
1.6. Çalışma Yöntemi, Planı ve Mevcut Olanaklar.....	3
BÖLÜM II.....	5
KURAMSAL ÇERÇEVE.....	5
2.1. Juggling'deki Matematik.....	5
2.2. Matematik Eğitiminin Önemi.....	19
2.3. Matematik Eğitiminde Etkinlik.....	20
2.4. Yapılandırmacı Öğrenme.....	21
2.4.1. 5E Modeli.....	26
2.5. Araştırma ile ilgili Alanyazındaki Çalışmalar.....	28
BÖLÜM III.....	32
YÖNTEM.....	32

3.1. Araştırma Modeli.....	32
3.2. Çalışma Grubu.....	32
3.3. Veri Toplama Araçları.....	32
3.4. Veri Analizi.....	33
3.5. Araştırmanın Sınırlılığı.....	34
BÖLÜM IV.....	35
BULGULAR VE YORUMLAR.....	35
BÖLÜM V.....	46
SONUÇ, TARTIşMA ve ÖNERİLER.....	46
5.1. Sonuç.....	46
5.2. Tartışma ve Öneriler.....	48
KAYNAKLAR.....	53
EKLER	
EK 1: Sunumun İlk Hali	
EK 2: Sunumun Son Hali	
EK 3: Ders Planı	
EK 4: Görüşme Soruları	
EK 5: İntihal Raporu	
EK 6: İzin Formu	
EK 7: Taahhütname	

TABLolar LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 4.1. Juggling matematiği hakkındaki önbilgi durumu.....	35
Tablo 4.2. Juggling matematiğinin öğrenciler üzerinde ilgi uyandırma durumu.....	36
Tablo 4.3. Juggling uygulamasının öğrencilerde matematiğe karđı olumlu tutum geliştirme durumu.....	38
Tablo 4.4. Juggling matematiğinin matematik dersi içerisinde kullanılabilme durumu.....	39
Tablo 4.5. Juggling matematiğinin diziler alt öğrenme alanında ders planına uygunluk durumu.....	40
Tablo 4.6. Juggling matematiğinin algılanmasında yağanabilecek zorluk alanları.....	41
Tablo 4.7. Juggling simülasyon programları etkinliklerinin avantajları ve dezavantajları.....	43
Tablo 4.8. Juggling dizileri etkinliklerinin kullanılabileceği diziler haricindeki alanlar.....	44

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1.1: Beni Hassan adlı mezarlığın duvarındaki çizimler.....	5
Şekil 2.1.2: Üç top Cascade diyagramı.....	10
Şekil 2.1.3: 5-top ve 4-top juggling.....	11
Şekil 2.1.4: Üç top Cascade.....	11
Şekil 2.1.5: Fountain.....	12
Şekil 2.1.6: Shower.....	13
Şekil 2.1.7: 441 diyagramı.....	13
Şekil 2.1.8: Juggling yapılamayan döngü.....	14
Şekil 2.1.9: 4413 juggling döngüsü.....	15
Şekil 2.1.10: Juggling döngüsünde swap notasyonu.....	17
Şekil 2.1.11: 642 dizisine swap ve shift işlemlerinin uygulanması.....	18

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde; "problem", "araştırmanın amacı", "araştırmanın önemi", "sayıtlar", "varsayımlar" ve "çalışma yöntemi, planı ve mevcut olanaklar" başlıklarına yer verilmiştir.

1.1. Problem

Juggling döngülerinin matematiksel boyutu anlatılarak matematik öğretiminde kullanımı sağlanabilir mi?

Alt Problemler

- 1- Diziler konusunun öğretimi ile ilgili öğretim üyelerinin görüşleri nelerdir?
- 2- Juggling döngüleriyle desteklenmiş diziler etkinliği ile ilgili öğretim üyelerinin görüşleri nelerdir?

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı juggling dizilerinin ortaöğretim matematik müfredatında konu ve etkinlik bazında kullanılması ile ilgili öğretim üyelerinin görüşlerini almaktır. Bu amaç ile beraber de hem juggling dizilerinin matematiksel boyutu anlatılmıştır hem de matematik müfredatında yer alan diziler alt öğrenme alanı dahilinde bir etkinlik önerisinde bulunulmuştur. Juggling dizilerinin matematiksel tanımını ve temel cebirsel özelliklerini anlatan Türkçe bir çalışma bulunmamaktadır. Bu konudaki açığa bu tez çalışmasının katkıda bulunacağını düşünmekteyiz.

1.3. Araştırmanın Önemi

2018 PISA verilerine göre de Türkiye matematikte 79 ülke arasında 42. Sıradadır (PISA, 2018). Bu da bize ülkemizdeki matematik eğitimi konusunda düşünmemiz gerektiğini göstermektedir. Öğrencilerin matematikte ezber yaptıkları ve yorumlama becerisinden yoksun oldukları görülmektedir (Karakeçili, 2019). Yorumlama becerisini kazandırmak ve matematiği anlamalarını sağlayabilmek için güdüleme çok önemlidir. Öğrencinin ilgisini çekecek, motivasyonunu arttıracak ve düşünmesini sağlayacak etkinlikler ile matematiğin hayatımızdaki yerine değinmek başarıyı arttırabilir (Umay, 1996; Boz, 2008; Morali& Uğurel, 2008; Akgün& Deniz, 2014; Alacacı vd., 2014). Matematiğin hayatımızdaki kullanım alanlarına dair birçok örnek verilebilir. Jonglörük bu örneklerden sadece bir tanesidir.

Jonglörük etkinlikleriyle öğrencilerin matematikteki diziler konusuyla ilgili hazırbulunmuşlukları arttırılabileceği gibi zihinsel faaliyetlerinde de gelişme gözlenebilecektir. Bu konuda ByJong Jonglörük Eğitimi kurucusu Serdar Güven bu eğitimi alan kişilerin el, göz ve beden uyumunu geliştirip farklı beceriler kazandıklarını ve ayrıca beynin hem sağ hem de sol loblarını birlikte çalıştırdıklarından soyut ve somut zeka alanlarının ilerleyip yaratıcılıklarının arttığını; reflekslerin kuvvetlendiğini; özellikle koordinasyon ve konsantrasyon sorunu olanların, stresle başa çıkmakta zorluk çekenlerin eğitim sonunda kendilerini daha verimli hissettiğini söylemiştir (Güven, 2011). Sadece bu bile eğitimde kullanmak için geçerli bir sebeptir.

Yapılan bir çalışmaya göre jonglörük beyindeki gri maddenin büyümesine yol açıyor. Gri madde; bellek, dikkat, algısal idrak, düşünce, dil ve şuur konusunda kilit rol oynayan beynin en dışındaki beyin korteksidir. Joanna Driemeyer, Janina Boyke, Christian Gaser, Christian Büchel ve Arne May “Changes in Gray Matter Induced by Learning” adlı araştırmalarında yaşları 26,5 civarında olan 11 kadın ve 9 erkekten oluşan 20 gençle çalışmışlardır. Bu 20 kişi daha önce hiç jonglörük yapmamışlardır ve hiçbirinin de herhangi bir sağlık sorunu bulunmamaktadır. Araştırmaya başlamadan önce 20 kişinin de beyin MR’ı çekilmiştir. Daha sonra günlük 3 top cascade jonglörük çalışmalarına başladıkları günden itibaren 1, 2 ve 5 hafta sonra tekrar beyin MR’ları çekilmiştir. Daha sonra jonglörük çalışmaları durdurulmuş ve günlük egzersizler bırakıldıktan 2 ve 4 ay sonra tekrar beyin MR’ları çekilmiştir. Çalışmalara başladıktan ilk 1-2 hafta sonradan itibaren beyinlerinin fark edilir biçimde geliştiği gözlenmiştir. Bu araştırmanın da gösterdiği üzere öğrencilerin

jonglörlik çalışmalarının beyin gelişimlerinde büyük bir etkisi olacaktır. (Driemeyer, Boyke, Gaser, Büchel ve May, 2008).

Akbaş, Taş ve Duman'ın (2019) yaptıkları araştırmanın sonucuna göre jonglörlik öğrenmeye çalışmak öğrenciler için zor ve çaba gerektiren bir uğraş olacaktır. Öğrenme sürecinin başında öğrenciler sıkıntı çekecekler ve yorgunluk yaşayacaklardır fakat daha sonra gayret sarf etmeye devam ettiklerinde başarı yani yenilik ve değişimin hissedilmesi onları normal bir başarıdan daha çok mutlu edecektir. Bu yolla da öğrenciler pes etmemeyi, çaba harcamayı öğreneceklerdir. Çabanın karşılığında başarıya ulaşacaklarını bilecekler ve bu mutluluğa ulaşma düşüncesiyle denemeye, uğraşmaya devam edeceklerdir. Jonglörlik, derslerdeki başarılarını da arttırmak için öğrencilere bir kılavuz olabilir (Akbaş, Taş ve Duman, 2019).

1.4. Sayıtlar

Araştırmada kullanılacak olan Başkent Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde ve Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi ve Fen Fakültesi'nde görev yapan öğretim üyeleri değerlendirme yapmak için yeterli ve güvenilirlerdir.

1.5. Varsayımlar

Bu çalışmada öğretim üyelerinin görüşme sorularına dürüst ve objektif bir şekilde cevap verecekleri varsayılmaktadır.

1.6. Çalışma Yöntemi, Planı ve Mevcut Olanaklar

Bu çalışmanın amacı juggling dizilerinin ortaöğretim matematik müfredatında konu ve etkinlik bazında kullanılması ile ilgili öğretim üyelerinin görüşlerini almaktır. MEB Ortaöğretim Matematik Müfredatı kapsamında yıllık plan içerisinde öğretime kılavuzluk yapacak etkinliklerin arasına juggling matematiğinin dahil edilmesine katkıda bulunup öğretmenlere rehber olacak bir içerik sunmuş olacağız. Böylece öğretmenler rahatlıkla derslerinde bu etkinliği uygulayıp öğrenci güdülenmesinde etkili olacaklar ve değindiğimiz üzere öğrencilerin bilişsel gelişimine, matematiğe yaklaşımlarına ve problem çözmedeki

becerilerinin gelişmesine katkıda bulunacaklardır. Bu çalışma juggling etkinliğiyle ilgili öğretmenlere bir rehber niteliği taşıyacaktır.

Juggling ile ilgili literatür taraması yapıldığında gördüğümüz kadarıyla ülkemizde matematiksel özellikleriyle ilgili herhangi bir çalışma bulunmamaktadır. Bu konuyla ilgili yapılan tek çalışma Akbaş, Taş ve Duman'ın (2019) yayınladıkları "Öğretmen Adaylarının Juggle Öğrenme Deneyimi Sırasındaki Epistemolojik İnançları ve Öz Düzenlemeli Öğrenme Algıları" adlı Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi'nde çıkan makaledir (Akbaş ve diğerleri, 2019). Bu makalede 38 öğretmen adayının jonglörülük öğrenme sürecindeki deneyimlerine ve kendilerinde oluşan değişikliklere değinilip, matematiksel açıdan bir incelemede bulunulmamıştır.

Yapılan araştırma nitel araştırma türlerinden durum çalışması modelindedir. Bu çalışmanın yöntemi kaynak taraması ve hazırlanan konu ve etkinlik planı üzerine görüş alma şeklinde olacaktır. Konuyla ilgili çıkarılan makaleler ve kitaplar baz alınacaktır. Özellikle Burkard Polster'ın The Mathematics of Juggling kitabı tezde incelediğimiz konunun sıralamasında ve alt yapısında sıklıkla atıfta bulunduğumuz bir kaynak olmuştur. Tüm makale ve kitaplar derlenip, hem juggling matematiğini anlatıp hem de bu konunun bizim eğitim sistemimize uygun, plan program dahilinde matematik öğretimine katkı sağlayacak bir çalışma oluşturulacaktır. Öğretim müfredatına göre ders planına dahil edebileceğimiz yapılandırmacı öğrenme alanında 5E modeline göre hazırlanan bir etkinlik planlanacaktır ve ayrıca konu ve etkinlik üzerine Başkent Üniversitesi ve Gazi Üniversitesi'ndeki matematik ve matematik eğitimi alanındaki akademisyenlerden görüşleri alınacaktır.

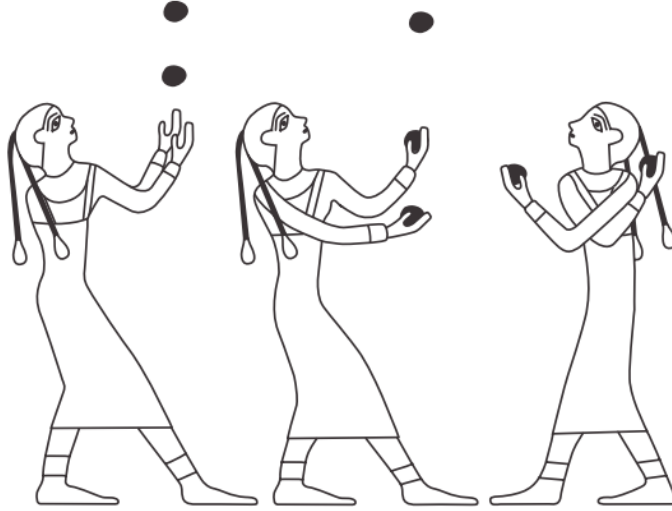
BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Juggling'deki Matematik

Jonglör, belirli bir sayıdaki nesneyi havaya atıp tutan ve bu esnada da en az bir adet nesnenin havada olmasını sağlayan sirk veya sahne sanatçısıdır. Jonglörün yaptığı işe ise jonglörlük denir (Jonglör, t.y.). Jonglörün eş anlamlı kelimesi hokkabazdır. Türk Dil Kurumu sözlüğüne göre hokkabaz; el çabukluğu ile birtakım şaşırtıcı olaylar yapmayı meslek edinen kimse olarak tanımlanmıştır.

Jonglörlüğün tarihi milattan önceye dayanır ve yaklaşık 4000 yıllık bir tarihi vardır (Truzzi, 1979; Ziethen ve Allen, 1985). Milattan önce 1994-1781 yılları arasında Mısır'da Beni Hassan adlı mezarlıktaki duvarların üzerinde jonglörlüğün resmedildiği görülmüştür (Polster, 2003). Jonglörlüğün bilinen en eski tarihi bu dönemdir.



Şekil 2.1.1. Beni Hassan adlı mezarlığın duvarındaki çizimler (Polster, 2003, s.2)

Duvar resimlerinin yanı sıra jonglörlüğün farklı biçimlerinin uygulandığına yönelik birçok görsel ve yazılı tarihsel kanıt mevcuttur. Örneğin milattan önce 475-221 döneminde

Lie Zi'nin kitabında 7 kılıçla, 8 ateşli sopayla ve 9 elmayla jonglörük yapan insanlardan bahsedilir (Beek, 1995). O dönem göz önüne alındığında sayıların doğruluğundan emin olamayız fakat bu durumu jonglörlerin varlığının kanıtı olarak ele alabiliriz (Polster, 2003). Eski dönem jonglörleriyle ilgili elimizde çok fazla bilgi yoktur. 10. yüzyılda Bağdat'ta yaşamış olan Abu Sahl al-Kuhi cam bardaklar ile jonglörük yapıyordu fakat daha sonra jonglörülüğü bırakıp ünlü bir matematikçi olmuştur. Ayrıca 1700'lü yıllarda Kaptan Cook'un seyahat kitaplarından da Tonga adasındaki kadınların 6 top ile "shower" adı verilen düzende jonglörük yaptığı da bilinir (Polster, 2003).

1768'ten sonra jonglörük sirklerde ve gezici festivallerde yapılmaya başlanmıştır. 1880'lerde de tiyatrodan yer almıştır. 19. yüzyılın başlarında Karl Rappo güller gibi çok ağır nesnelere jonglörük yapmıştır. 19. yüzyılın ortalarında ise Hint olan Mosty ve Medua Samme jonglörük ile dansı harmanlanmıştır (Polster, 2003).

1897-1931'de tüm zamanların en iyi jonglörü olan Enrico Rastelli günde 10 saat prova yaparak aynı anda 10 top, 8 tabak ve 8 çubuk çevirebilmiştir. 1950'lere gelindiğinde sokak jonglörülüğü yaygınlaşmıştır (Polster, 2003). Böylece üniversite öğrencileri arasında da hobi olarak uğraşılmaya başlanmıştır. Bunun sonucu olarak birçok üniversitede jonglörük kulüpleri açılmıştır. Günümüzde on binlerce amatör jonglör ve sirklerde, büyük gösteri merkezlerinde çalışan çok sayıda profesyonel jonglör vardır. Şimdiye kadarki en iyi teknik jonglör Anthony Gatta olarak bilinir ve 2000 yılında Monte Carlo'daki ünlü sirk festivalinde Altın Palyaço Ödülü'nü kazanan ilk jonglördür (Polster, 2003).

Jonglörülüğün matematik tarihinde ise bilinen en eski jonglör ve matematikçi 10. yüzyılda yaşamış olan Abu Sahl al-Kuhi'dir (Polster, 2003). Fakat matematiksel çalışmalarını daha çok geometri üzerine yapmıştır. Jonglörülüğün matematiksel yapısı üzerine çalışmalarda bulunmamıştır. Jonglörülüğün tarihinin 4000 yıl öncesine dayanmasına rağmen matematiksel anlamda konuyla ilgili çalışmaların ortaya çıkışı 1980'leri bulmuştur (Polster, 2003).

Juggling dizileriyle ilgili en temel fikri Jeff Walker 1982'de yayınladığı kısa makalesinde vermiştir. Juggling döngülerinin matematiksel analizleri 1980'lerde ünlü bilgi teoristi (information theorist) Claude Shannon'un öncü çalışmaları ile başlamış ancak makalesi 10 yıl sonra yayınlanmıştır (Shannon, 1993).

Bu arada 1985 yılında üç ayrı grup birbirinden bağımsız olarak juggling döngülerini matematiksel dile çevirmek ve matematiksel yapısını incelemek için çalışmışlardır: Los

Angeles'ta Bengt Magnusson ve Bruce 'Boppo' Tiemann; Santa Cruz'da Paul Klimak ve Cambridge'te Adam Chalcraft, Mike Day, Colin Wright (Magnusson ve Tiemann, 1989-1991). Bu büyük atılım ile 1989'da juggling döngülerini sayılar ile ifade eden matematiksel notasyonun tanımlaması ile konuya olan ilgi artarak devam etmektedir. Siteswap olarak adlandırılan bu notasyon her bir atışın yüksekliğini ifade eden sayıların dizisi ile juggling döngülerinin tanımlanmasına dayanmaktadır (Polster, 2003).

1990'ların sonunda ise Carnegie Mellon Üniversitesi makine mühendisliği derecesine sahip profesyonel jonglör (juggler) olan Kalvin Juggling fiziği ile ilgili önemli iki makale yazmıştır. Kalvin'in sonuçlarından biri, bir jugglerin yani hokkabazın fiziksel olarak kaç tane topu kullanabileceğini belirlemek üzerinedir (Kalvin, 2019). Juggling matematiğine artan ilgi ile birlikte Polster bu konudaki ilk monografiyi "The Mathematics of Juggling" adı ile yayınlamıştır (Polster, 2003).

Konuya ilişkin en önemli katkıları Jack Boyce, Ed Carstens, Andrew Conway, Dean Hickerson, Allen Knutson, Arthur Lewbel, Bengt Magnusson, Steve Otteson, Willem Rein Oudshoorn, Martin Probert, Steven Rooij, Wolfgang Schebeczek, Jon Stadler, Bruce Tiemann, Johannes Waldmann ve Colin Wright yapmışlardır (Polster, 2003). Juggling Information Service adlı internetteki en kapsamlı juggling kaynağını hazırlamışlardır. 1985 yılında her biri henüz öğrenci iken bu isimlerin yaptıkları çalışmalar olmadan juggling matematiği bu noktaya gelemezdi (Polster, 2003). Devam eden yıllarda matematikçiler juggling dizileri konusunda çalışmayı sürdürmüşler ve bu dizilere çeşitli isimler vermişlerdir (Polster, 2003). İlk başta bir elde en fazla bir top olmak üzere yapılan jugglingi matematiksel olarak modellemişlerdir. Daha sonra toplar arasında çapraz geçişleri modellemişlerdir. Juggling döngülerinin matematiksel notasyonunun tanımlanması ile birçok ilginç cebirsel soru ortaya çıkmıştır. Böylece juggling dizileri ve bunların özelliklerini inceleyen yeni bir konu alanı oluşmuştur (Polster, 2003).

Bir juggling dizisinin uzunluğu dizinin periyodu olarak ifade edilip; periyodu n olan b sayıda top ile yapılan juggling döngülerinin sayısını hesaplayan temel kombinatoriyal sonuç elde edilmiştir (Buhler ve diğerleri, 1994). Juggling döngüleri, aynı anda bir elin birden fazla topu atıp yakalaması üzerine kurularak geliştirilmiştir ve bu geliştirme multiplex patterns olarak adlandırılmıştır (Ehrenborg ve Readdy, 1996). Aynı çalışma aracılığıyla multiplex patterns ile ikinci çeşit Stirling sayıları ve Afin Wely grupları arasındaki bağlantılara dikkat çekilmiştir. Ayrıca bu ve benzeri genelleştirmeler ile ilgili

olarak juggling dizilerinin q –benzerleri ve çeşitli ilişkileri çalışılmıştır (Stadler, 2002; Ehrenborg, 2003; Butler ve Graham, 2010).

Banaian ise juggling dizileri ile Eulerian sayıları arasındaki ilişkileri incelemiştir (Banaian, 2019). Juggling ve matematik arasındaki ilişkiler cebirsel geometri alanında da çalışılmıştır (Devadoss ve Mugno, 2007; Knutson ve diğerleri, 2013). Juggling yapılırken atılan topun yüksekliği, top düşene kadar yapılacak atışların sayısını belirler. Buradan yola çıkarak atılan herhangi toptan sonra yapılacak olan atışların olasılığı irdelenmiştir (Warrington, 2005). Sonrasında juggling olasılığı ile ilişkili bu çalışmayı genelleştiren çalışmalar yapılmıştır (Ayyer ve diğerleri, 2015; Ayyer ve Linusson, 2018; Chung ve diğerleri, 2010; Leskela ve Varpanen, 2012).

Konuyla ilgili eğitim alanında yapılan bir çalışmaya değinirsek; 2019 yılında ilkökul öğrencilerinin matematikteki başarısına jugglingin etkisi karma yöntem ile araştırılmıştır. Hem başarı hem de tutum bazında öğrenciler değerlendirilmiştir. Deney grubu ve kontrol grubu olarak iki grup üzerinde çalışma yapılmıştır. Deney grubuna juggling dersleri verilmiştir. Kontrol grubu ise normal matematik öğrenimi sürecine devam etmiştir. Deney ve kontrol grubu 5 hafta izlenmiştir. Juggling, matematik başarısına 5 hafta süre zarfında bir etkide bulunmamıştır fakat tutumu değiştirmiştir. Matematik dersi ile jugglingi bir arada kullanan deney grubunun matematik derslerini daha çok sevdiği, matematikten daha çok keyif aldığı sonucuna ulaşılmıştır (Van den Berg, Singh, Komen, Hazelebach, Hilvoorde ve Chinapaw, 2019).

Ayrıca konu ile ilgili juggling öğrenmenin beynin hangi bölgelerini aktif hale getirdiğini araştırarak disiplinlerarası çalışmalar da literatürde yer almaktadır. Yapılan bir çalışmaya göre juggling beyindeki gri maddenin büyümesine yol açmaktadır. Gri madde; bellek, dikkat, algısal idrak, düşünce, dil ve şuur konusunda kilit rol oynayan beynin en dışındaki beyin korteksidir. Driemeyer, Boyke, Gaser, Büchel ve May “Changes in Gray Matter Induced by Learning” adlı araştırmalarında yaşları 26,5 civarında olan 11 kadın ve 9 erkekte oluşan 20 gençle çalışmışlardır. Bu 20 kişi daha önce hiç juggling yapmamışlardır ve hiçbirinin de herhangi bir sağlık sorunu bulunmamaktadır. Araştırmaya başlamadan önce 20 kişinin de beyin MR’ı çekilmiştir. Daha sonra günlük 3 top cascade juggling çalışmalarına başladıkları günden itibaren 1, 2 ve 5 hafta sonra tekrar beyin MR’ları çekilmiştir. Daha sonra juggling çalışmaları durdurulmuş ve günlük egzersizler bırakıldıktan 2 ve 4 ay sonra tekrar beyin MR’ları çekilmiştir. Çalışmalara başladıktan ilk 1-2 hafta

sonradan itibaren beyinlerinin fark edilir biçimde geliştiği gözlenmiştir. Bu araştırmanın da gösterdiği üzere öğrencilerin juggling çalışmalarının beyin gelişimlerinde büyük bir etkisi olmaktadır (Dessing ve diğerleri, 2012; Driemeyer ve diğerleri, 2008; Post ve diğerleri, 2000).

1991 senesinde de Allen Knutson juggling dizisi girildiğinde juggling simülasyonunu oluşturan “Juggle” adını verdiği bir bilgisayar programı yazmıştır. Bunun dışında da juggling yapan farklı simülatörler geliştirilmiştir. Ayrıca juggling yapan robotlar da mevcuttur (Shall ve Atkeson, 1994). Günümüzde de juggling matematiği ile ilgili çalışmalar devam etmektedir.

Juggling döngülerinin tanımlanması ile ortaya çıkan sorulardan birkaçı; tamsayıların sonlu bir dizisi juggling döngüsü oluşturur mu, b –top ve n –periyotlu kaç juggling döngüsü oluşturulabilir, verilen bir juggling dizisinin top sayısı nasıl hesaplanır gibidir. Şimdi yukarıda bahsi geçen juggling (patterns) döngülerinin temel tanım ve özellikleri verelim.

Juggling (patterns) döngülerini sayılar ile ifade eden matematiksel notasyon siteswap olarak adlandırılır. Öyle ki siteswap olarak adlandırılan bu notasyon; her bir atışın yüksekliğini ifade eden sayıların dizisi ile juggling döngülerinin tanımlanmasına dayanır. <https://ydgunz.github.io/gunswap/> verilen linkte 3 top ile yapılan bir juggling görülebilir. Juggling döngüleri temel juggling döngüleri ve basit juggling döngüleri olmak üzere iki en temel sınıfa ayrılır. Bu tanımlamalar bazı aksiyomlar kabul edilerek yapılır.

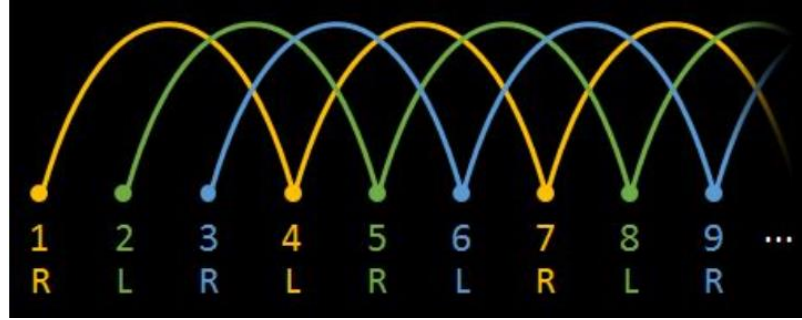
Temel Juggling Döngüleri

Buna göre temel juggling döngüleri aşağıdaki aksiyomlar ile tanımlanır:

1. Bir jonglör sabit bir ritimde jonglörlük yapmak zorundadır.
2. Herhangi zamanda yalnızca bir top atılacağı varsayılır.
3. Juggling döngüleri periyodik olmak zorundadır. Yani döngü tekrar etmelidir.
4. Tüm toplar aynı yüksekliğe atılmalıdır (Wright, bt).

Juggling yapabildiğimiz dizilerin atışlarını iki boyutlu görmemizi sağlayan özel şekillere juggling diyagramları denir. Şekil 2.1.2’de [The Juggling Edge - Siteswap animator](#) simülasyonu ile verilen juggling döngüsünün diyagramı gösterilmektedir. Juggling döngüsünde top ele düşer düşmez tekrar havaya atılır. Sağ ve sol eller de bu hareketleri tekrarlarlar. En altta bulunan noktalar sanal bir zaman çizelgesindeki atışları temsil eder.

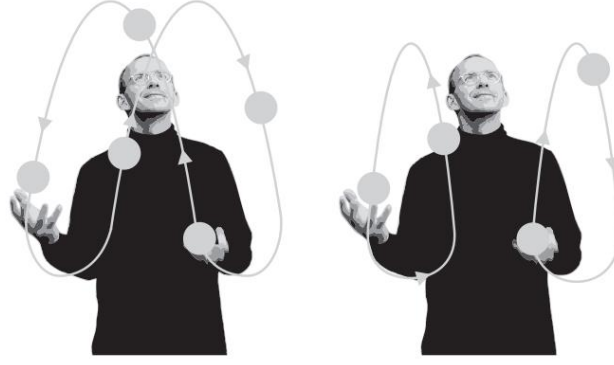
Yaylar ise atılan topun havada kalış süresini ve hangi ele düşeceğini anlamamıza yardımcı eder.



Şekil 2.1.2. Üç top cascade diyagramı (Wright)

Örnek 2.1.1: 3 top temel juggling döngüsü Şekil 2.1.2'deki diyagramda verilmektedir. R harfi sağ el, L harfi ise sol eli göstermekte ve ayrıca sarı, yeşil ve mavi renkler ise üç ayrı topu göstermektedir. Başlangıçta 1 numarada sarı ile gösterilen top sağ elden çıkıp sol ele düşene kadar, 2 ve 3 ile numaraların verildiği sol ve sağ elden iki atış yapılmaktadır. Benzer şekilde 2 numara ile ifade edilen sol elden yeşil top atıldığında, 3 ve 4 numara ile ifade edilen atışlar yapılmaktadır. Aynı şekilde devam edilerek diyagram oluşturulmaktadır. Burada görüldüğü gibi toplar atıldığı elden bir diğer ele düşmekte ve verilen bu juggling döngüsünde atılan her bir top aynı yüksekliğe atılmaktadır. Buna göre herhangi bir zamanda havada 3 top görülmektedir. Herhangi atışa sayısal değer olarak; atılan her bir topun yere düşmesine kadar yapılan atış sayısının bir fazlası verilmektedir. Böylece bu juggling döngüsünün siteswap notasyonu 333 olarak ifade edilir. (Juggling simülasyonu için [The Juggling Edge - Siteswap animator](#) adresine bakılabilir.)

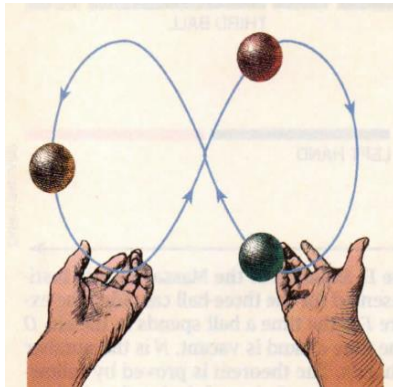
5 –top ile yapılan temel juggling döngüsü ve 4 –top temel juggling döngüsünde topların kendi yollarında ilerledikleri Şekil 2.1.3'te görülür. Örneğin 5 –top temel juggling döngüsünde tüm topların bir arada izledikleri yollar sonsuzluk işaretine benzer. Ayrıca bu durum tek top ile yapılan tüm temel döngülerde rastlanılan bir durumdur. Bunun yanı sıra 4 –top temel juggling döngüsünde de görüldüğü gibi çift sayıda top ile yapılan döngülerde sağ ve sol eldeki toplar birbirinden bağımsız olarak kendi yollarını izlerler (Polster, 2003).



Şekil 2.1.3. 5-top ve 4-top juggling (Polster, 2003)

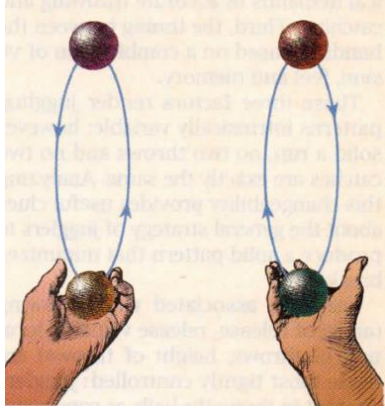
En temel juggling döngüsü, b top sayısını ifade etmek üzere b –top juggling döngüsüdür. Buradaki b nin tek veya çift sayı olmasına bağlı olarak juggling döngüleri b –top cascade ya da b –top fountain olarak adlandırılır. Bu tanımlamalardan cascade tek sayıdaki topun bir elden diğer ele atılması ile yapılan döngüyü ifade ederken fountain ise çift sayıdaki topun aynı eldeki atışlarının oluşturduğu döngüyü ifade etmektedir.

Cascade (Çağlayan) : Tek sayıda top ile her bir atışın atıldığı elden bir diğer ele düşüp atılmasıyla oluşturulan döngülere cascade denir (Beek, 1995). Burada oluşan görüntü sonsuzluk sembolüne benzer.



Şekil 2.1.4. Üç top Cascade (Beek ve Lewbel, 1995, s.78)

Fountain (Waterfall) : Çift sayıda top ile her bir atışın atıldığı olduğu aynı ele düşüp atılması ile oluşturulan döngülere denir (Beek, 1995). Böylelikle toplar iki farklı çember oluştururlar.



Şekil 2.1.5. Fountain (Beek ve Lewbel, 1995, s.78)

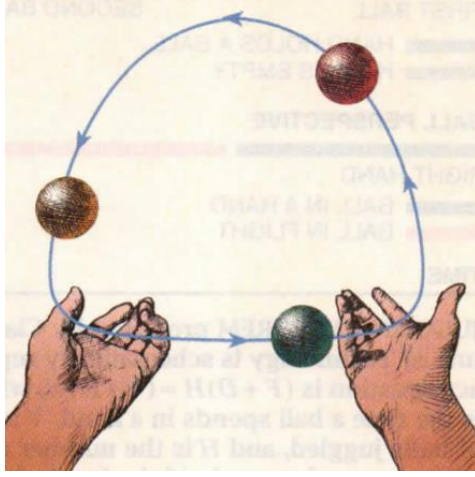
Basit Juggling Döngüleri

Temel juggling döngüleri için verilen ilk üç aksiyom kabul edilerek basit juggling döngüleri oluşturulur (Polster, 2003). Buna göre basit juggling döngülerini tanımlayan aksiyomlar aşağıdaki gibidir:

1. Bir jonglör sabit bir ritimde jonglörlük yapmak zorundadır.
2. Ayrıca herhangi zamanda yalnızca bir top atılacağını varsayıyoruz.
3. Juggling döngüleri periyodik olmak zorundadır. Yani döngü tekrar etmelidir.

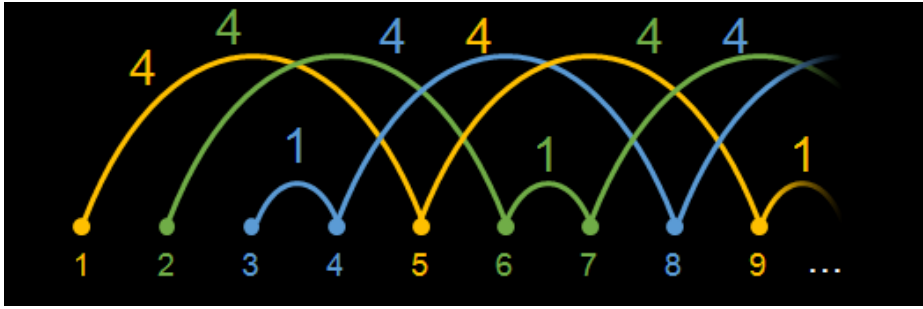
Farklı yükseklikteki atışlara izin verilerek oluşturulan döngüler basit juggling döngüleri olarak isimlendirilir (Polster, 2003). Basit juggling döngülerinin en bilinen örneklerinden birisi de aşağıda tanımı verilen Shower döngüsüdür. Burada dikkat edilirse topların farklı yüksekliklere atıldığı görülebilir.

Shower (Sağanak) : Herhangi bir sayıda top ile topların dairesel hareket ettiği döngüye denir (Beek, 1995).



Şekil 2.1.6. Shower (Beek ve Lewbel, 1995, s.78)

Örnek 2.1.2:



Şekil 2.1.7. 441 diyagramı (Wright, bt., s.6)

([The Juggling Edge - Siteswap animator](#) sitesine animasyon için bakılabilir.) Yukarıdaki döngü 441 olarak isimlendirilip basit juggling dizisine örnektir (Polster, 2003). Verilen diyagramda 1 numarada sağ elden yapılan atış tekrar sağ ele düşene kadar yeşil ve mavi toplar ile üç atış yapılıyor. Dolayısıyla 1 numaradan yapılan atışa 4 sayısı atanıyor. Benzer şekilde 2 numaradan atılan sarı top sol elden atılıp sol ele düşene kadar üç atış yapıldığı için bir fazlası olan 4 ile numaralandırılır. Mavi top ise 3 numaradan sağ elden atılıp sol ele düşene kadar bir atış yapılmadığı için 0 atışın bir fazlası olan 1 sayısı ile adlandırılır. Dizi bu şekilde devam eder ve 441 siteswap notasyonu ile gösterilir.

Basit juggling döngülerine aşağıdaki örnekler verilebilir:

2-top ile yapılan juggling dizileri: 31, 312, 411, 330, 501, ...

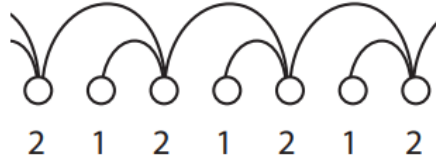
3-top ile yapılan juggling dizileri: 441, 531, 51, 4413, 45141, ...

4-top ile yapılan juggling dizileri: 5551, 53, 534, 633, 71, ...

“Bir dizinin juggling dizisi olup olmadığını nasıl söyleriz?” sorusu ilk akla gelen sorulardan olmuştur. Çizilen diyagramdan verilen dizinin juggling dizisi olup olmadığını anlayabiliriz. Bunun için ilk olarak bu dizinin juggling diyagramını çizip aşağıdakiler kontrol edilir.

- Her bir nokta, ya bir yayın sonu ve başlangıcı ya da hiçbir yayın sonu ve başlangıcı değildir.
- Hiçbir yay olmadığı tüm noktalar 0 atışı temsil eder.

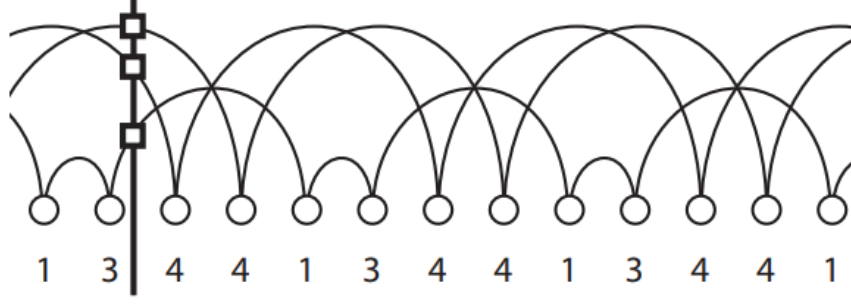
Altındaki noktalara bir yay gelip bir yay gidiyorsa bu durum aynı ele en fazla bir top düştüğünü ifade eder ki juggling yapılabilir anlamına gelir. Juggling yapmaya imkan sağlamayan bir dizinin diyagramı aşağıdaki gibi olabilir:



Şekil 2.1.8. Juggling yapılamayan döngü (Polster, s.4)

Bu diyagramda alttaki noktalara iki yay gelirken bir yayın gittiği görülmektedir. Bir noktaya iki yayın birden düşmesi juggling yapmaya bir engeldir. 21 dizisi bir juggling dizisi değildir.

Verilen bir juggling dizisinin kaç top ile yapılabileceği yine juggling diyagramının kendisinde gizlidir. 4413 juggling döngüsünün diyagramı incelenirse aynı anda havada kaç topun bulunduğunu ifade eden yaylar top sayısını verecektir.



Şekil 2.1.9. 4413 juggling döngüsü (Polster, s.7)

Havada olan top sayısı diyagramda görüldüğü üzere incelenirse 4413 juggling dizisinin 3 top ile yapılabileceği anlaşılmaktadır.

Fakat her juggling dizisi için diyagram çizmek kolay değildir. Diyagramı çizilebilenler için bu yöntem elverişlidir. Diyagramın çizilmesi zor olan juggling dizileri için top sayısını bulmada aşağıda verilen Ortalama Teoremi kullanılır.

Juggling Dizilerinin Periyodu: $T = t_0 t_1 t_2 \dots t_{n-1}$ şeklinde tanımlanan bir juggling dizisi için periyot eleman sayısıdır. n sayısına T nin periyodu denir (Chung, 2008).

Teorem 2.1.1. (Ortalama Teoremi): Periyodu n olan $T = t_0 t_1 t_2 \dots t_{n-1}$ şeklinde tanımlanan bir juggling dizisi için

$$\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} t_i = \frac{t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_{n-1}}{n} \quad (2.1.1)$$

ifadesine T dizisinin ortalaması denir (Chung, 2008). Ayrıca T nin ortalaması juggling dizisinde kullanılan topların sayısını verir (Chung, 2008). Bu teorem juggling dizisindeki elemanların ortalaması alındığında dizide kullanılan top sayısının hesaplanabileceğini ifade eden oldukça ilgi çekici bir özelliktir.

Örnek 2.1.3: $T = 4413$ dizisi için elemanlar toplanarak dizinin periyoduna bölünüp 3 sayısına ulaşılır. O halde Teorem (2.1.1)'den

$$\frac{4 + 4 + 1 + 3}{4} = 3$$

olup dizinin top sayısı 3 olarak bulunur.

Örnek 2.1.4: $T = 51635$ juggling dizisi verilsin. Bu dizinin periyodu 5 olup, buna göre T 'nin ortalaması Teorem (2.1.1)'den

$$\frac{5 + 1 + 6 + 3 + 5}{5} = 4$$

olup verilen juggling dizisinin top sayısının 4 olduğu sonucunu verir.

$T = 534$ dizisi periyodu 3 olan ve 4 top ile yapılan bir juggling dizisidir.

$T = 75751$ dizisi periyodu 5 olan ve 5 top ile yapılan bir juggling dizisidir.

$T = 352$ ise ortalaması tam sayı çıkmadığından juggling dizisi değildir.

Dolayısıyla Ortalama Teoremi (Teorem 2.1.1) yukarıda sorulan “Bir dizinin juggling dizisi olup olmadığını nasıl söyleriz?” sorusuna cevap veren başka bir yöntemi verir.

Teorem 2.1.2: $T = t_0 t_1 t_2 \dots t_{n-1}$ negatif olmayan tamsayıların bir dizisi ve $[n] = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ olsun. T bir juggling dizisi olması için gerek ve yeter koşul

$$\phi_T: [n] \rightarrow [n], \quad \phi_T(i) = i + t_i \pmod{n} \quad (2.1.2)$$

olarak tanımlanan ϕ_T fonksiyonun bir permütasyon olmasıdır (Chung, 2008).

Bu tanımlama juggling dizisinin sürekli tekrarlandığı ve iki topun aynı anda düşmemesi ön koşulları ile tanımlıdır. $t_i = 0$ durumu i . zamanda bir topun atışının olmamasıdır.

Bu tanımlama şu şekilde açıklanabilir (Chung, 2008):

- t_i topun havada kalma süresini tanımlıyor.
- i zamanda t_i niceliği ile tanımlı top atıldığında bu top $i + t_i$ zamanında aşağı iner.
- Her ne kadar t_i topun havada kalma süresini tanımlasa da topun atıldığında çıktığı yükseklik olarak ifade edilir.

Teorem (2.1.2) kullanılarak verilen T dizisinin juggling dizisi olup olmadığını gösteren iki örnek aşağıdaki gibidir:

Örnek 2.1.5: 534 bir juggling dizisi midir? $T = 534$ olup, periyodu $n = 3$ tür. O halde $[n] = \{0,1,2\}$ alınır. Bu durumda Teorem (2.1.2)'den

$$\begin{aligned} \{\phi_T(0), \phi_T(1), \phi_T(2)\} &= \{0 + 5, 1 + 3, 2 + 4\} \pmod{3} \\ &= \{5, 4, 6\} \pmod{3} \\ &= \{2, 1, 0\} \end{aligned}$$

Böylece ϕ_T bir permütasyon olup, $T = 534$ juggling dizisidir.

Örnek 2.1.6: 8587 bir juggling dizisi midir? $T = 8587$ olup $n = 4$ ve $[n] = \{0,1,2,3\}$ tür. O halde Teorem (2.1.2)'den

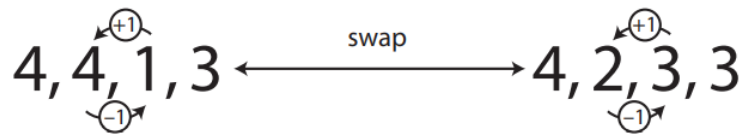
$$\begin{aligned} \{\phi_T(0), \phi_T(1), \phi_T(2), \phi_T(3)\} &= \{0 + 8, 1 + 5, 2 + 8, 3 + 7\} \pmod{4} \\ &= \{8, 6, 10, 10\} \pmod{4} \\ &= \{0, 2, 2, 2\} \end{aligned}$$

Böylece ϕ_T bir permütasyon değildir ve $T = 8587$ juggling dizisi değildir.

$T = 8587$ dizisinin ortalaması alındığında 7 olup, buradan 7 top ile yapılan bir juggling dizisi olduğu akla gelmektedir. Ancak bir önceki örnekten görüldüğü gibi bu dizi bir juggling dizisi değildir. Yani ortalaması tam sayı çıkan her dizi juggling dizisi değildir.

Verilen bir dizinin juggling dizisi olup olmadığına karar vermek için kullanılan yollardan biri de Flattening Algoritması'dır (Polster, 2003). Bu algoritmaya göre swap ve shift adı verilen işlemlerin uygulanmasıyla elde edilen dizi incelenerek juggling dizisi olup olmadığı hakkında bir karara varılır.

Juggling dizisinde yan yana olan iki elemanın biri artarken diğerinin azalarak yer değiştirilmesiyle yapılan operasyona swap denir. Bitişik iki elemandan biri 1 arttırılıp sola geçirilirken diğeri 1 azaltılıp sağa geçirilir. Bu aşağıdaki şekil 2.1.10'da görülebilir.



Şekil 2.1.10. Juggling döngüsünde swap notasyonu (Polster, s.6)

Teorem 2.1.3 (Juggling Dizilerinin Dönüşüm Teoremi): Herhangi juggling dizisi swaps kullanılarak sabit bir juggling dizisine dönüştürülebilir. T bir juggling dizisi ise T ye swap uygulandığında aynı ele birden fazla top düşmez.

Flating Algoritması: Eğer T sabit dizi ise bu dizi çıktıdır. Aksi takdirde; T nin içindeki maksimum tamsayı m , T nin elemanlarının devirli yerdeğiştirmeler (shift) kullanılarak birinci pozisyona getirilir. T nin içindeki maksimum olmayan eleman n ise ikinci pozisyona getirilir. Eğer $m = n + 1$ ise elde edilen dizi çıktıdır. Aksi takdirde; birinci ve ikinci pozisyon için swap yapılır. Sonuçta elde edilen dizi için T tekrar tanımlanarak birinci basamağa dönülür.

Örnek 2.1.7: $T = 4233$ dizisinin ilk iki elemanına swap uygulanırsa 3333 sabit dizisi elde edilir. Sonuçta Flating Algoritmasına varılır. Her juggling dizisi shift-swap yöntemi ile sabit bir diziye ulaşır (Polster, 2003). Böylece T dizisi juggling yapılabilir bir dizidir.

Flating Algoritması yoluyla juggling dizisi elde etme başlığında anlatıldığı üzere 4233 dizisinden 3333 sabit dizisinin elde edildiği yukarıda görülmektedir. Bu iki dizinin aritmetik ortalaması alındığında 3 sonucu çıkmaktadır. Sonuç olarak bir juggling dizisine dönüşüm uygulandığında elde edilen dizinin de aynı sayıda top ile yapıldığı görülmektedir.

Örnek 2.1.8: $T = 642$ döngüsüyle juggling yapıp yapılamayacağını öğrenmek için swap ve shift operasyonları uygulanır (Polster, 2003). Böylece sabit bir dizi elde edildiği için 642 bir juggling dizisidir denir.

$$642 \xrightarrow{\text{swap}} 552 \xrightarrow{2\text{shift}} 525 \xrightarrow{\text{swap}} 345 \xrightarrow{\text{shift}} 534 \xrightarrow{\text{swap}} 444$$

Şekil 2.1.11. 642 dizisine swap ve shift işlemlerinin uygulanması (Polster, 2003, s.20)

Dolayısıyla Flating Algoritması bir dizinin juggling dizisi olup olmadığını anlamakta kullanılmaktadır. Eğer girdi periyodu p olan b –top juggling dizisi ise bu algoritmanın uygulanması sonucu elde edilen çıktı periyodu p olan b –top juggling dizisidir. Eğer girdi bir juggling dizisi değil ise, algoritmanın çıktısı $m, m - 1, \dots$ den oluşan bir juggling dizisidir.

Flating algoritması yoluyla juggling dizisi elde etme başlığında anlatıldığı üzere 4413 dizisinden 3333 sabit dizisi elde etmiştik. Bu 3333 sabit dizisinin aritmetik ortalaması

alındığında 3 sonucu çıkmaktadır. Sonuç olarak herhangi bir sabit juggling dizisi “ a ” elemanından oluşuyorsa “ a ” kadar top ile yapılır denir (Polster, 2003).

Ayrıca verilen bir juggling dizisine periyodunun katları eklenerek veya çıkarılarak juggling dizileri elde edilebilir. Önemli olan nokta çıkarma yaparken negatif sayılar elde etmememiz gerektiğidir. Örneğin yukarıda ele alınan 4413 juggling dizisinin periyodu 4 olup dördün katlarının eklenmesiyle veya çıkarılmasıyla yeni juggling dizileri elde edilebilir. Elde edeceğimiz dizilerden bazıları 4013,8457,0013, ... gibi dizilerdir (Polster, 2003).

2.2. Matematik Eğitiminin Önemi

Günümüzde meydana gelen bilimsel ve teknolojik gelişmeler sosyal yapı üzerinde de çok etkili olmaktadır. Bu durum da eğitimin önemini her geçen gün arttırmaktadır (Akkoyunlu, 1995). Çağımıza uygun olarak artık bireylerden üst düzey düşünebilme becerisi, yaratıcı ve yeni fikirler üretebilme yetisi, problemler karşısında hızlı ve doğru kararlar alabilme kabiliyetleri beklenmektedir ki eğitim bu durumu kazandırmaktaki en önemli araçlardan biridir (Aydın, 2003). Eğitimin niteliği de ülkelerin gelişmişlik düzeylerinde çok etkilidir.

Matematik temel bilimlerin temelidir. İnsanların sayma ihtiyaçları matematiğin doğmasına sebep olup daha ileride birçok gelişmeye de öncülük etmiştir. Teknoloji ve bilimin dilidir. İnsanların günlük hayatta karşılaştığı birçok probleme de cevap niteliğindedir. Bu durumlara örnek verecek olursak alışveriş, işlem yapma, grafik yorumlama, analizlerde bulunma, zamanı okuma gibi durumlar söylenebilir. Bilimin ve teknolojinin de temelidir. Bilgisayarların dili de matematiktir. Matematik akıl ve mantık bilimidir. Sezgilerle hareket etme yoktur. Teoremler ispatlara dayandırılır. Tüm bunlara dayanarak da insanların günlük hayattaki problemlerini çözmeye matematiğe başvurduklarını söyleyebiliriz.

Matematik yaşam ile iç içedir. Matematiksel güç, matematiksel ilişkileri, teknikleri ve mantıksal nedenlemeyi bir arada etkili bir şekilde kullanabilme kabiliyeti olarak tanımlanabilir (Ryan, J. 1998). Matematiksel güç ise bireyin gelişimini destekler. Matematik eğitimi sadece birey için değil toplum için de önemlidir. Bireylere bilişsel becerileri kazandırabilmek, problemlere çözümler bulabilmelerini öğretmek onların düşünme becerilerini de geliştirecektir. Bireylerde oluşan bu değişiklik bir bütün halinde toplumu da

ileriye taşıyacaktır. Matematik eğitimini bireylere doğru aktarabildiğimiz takdirde gelişen teknoloji çağında yerimizi almış bulunabiliriz.

2.3. Matematik Eğitiminde Etkinlik

Etkinlik kelimesinin anlamı için Türk Dil Kurumu'nun sözlüğüne bakarsak çocukların kendi amaç ve gereksinimlerine uygun geldiği için isteyerek katıldıkları herhangi bir öğrenme durumu olarak tanımlandığını görürüz (TDK, 2008). Bu tanımdan da anlaşılacağı üzere istendik olması esastır. Öğrenci odaklı öğretim ile birlikte derslerde etkinliklere de sıklıkla yer verilmektedir. Öğrencinin katılımına dayalı olarak birey ile çevre arasında etkileşimin meydana geldiği bir öğrenme ortamı yaratılmış olunur.

Milli Eğitim Bakanlığı'nın hazırladığı ortaöğretim matematik müfredatında etkinliklere yer verilmiştir. Yer alan etkinlik örneklerini hem öğrenme alanlarındaki kazanımlarda hem de alt öğrenme alanındaki kazanımlarda görebiliriz. Müfredat kazanımlarında aşağıdaki gibi amaçlar ön plana çıkarılmıştır:

- Ön öğrenmelerden yararlanma,
- İletişim kurma becerisini geliştirme,
- İşlemsel bilginin gelişimini amaçlama,
- Matematiksel düşünmeyi geliştirme,
- Günlük yaşam ile ilişki kurma,
- Mantıksal çıkarımlarda bulunabilme,
- Disiplinler arası ilişki kurma,
- Matematik dilini kullanabilme,
- Öğrenme alanları arasında ilişki kurma,
- Matematiksel modelleme becerisini geliştirme
- Çoklu temsillerden (tablo, grafik ...) yararlanma,
- Matematik tarihi hakkında ilgi ve merakı oluşturarak öğrenmeye teşvik etme,
- Estetik duygusunu geliştirme

Amerika'da da matematik eğitiminin niteliğini artırmak ve belirli bir matematiksel kavramın öğrenilmesini desteklemek için, matematiksel etkinliklere büyük bir yer verilmektedir (Simon & Tzur, 2004). Etkinlikler matematik öğretimi için kilit bir rol

almaktadır. Öğrencilerin kendi yaklaşımlarını oluşturmalarına, yaparak yaşayarak öğrenmelerine katkıda bulunur.

Suzuki ve Harnisch (1995), matematiksel etkinliklerin sahip olması gereken özelliklerden bazılarını; gerçek yaşam olaylarını içermeye, çözüme ulaşmak için çeşitli yollara sahip olma, ayırık yapılar yerine matematiğin sürekliliğini gösterme ve öğrencilerin iletişim kurmaları yoluyla kavramları anlamalarını sağlama biçiminde açıklamaktadır. Ülkemizde de bu özellikler benzer biçimde yer almaktadır. Etkinliklerin uygulama sürecinde ise öğrenci merkezli olması önemlidir. Dolayısıyla öğrenme sürecinde öğrenci aktif bir rol almalıdır. Öğrencilerin aktif katılımını da sağlamak için etkinlikler günlük hayat ile ilişkili ve ilgi çekici olmalıdır. Öğrencilere matematiksel model uygulama, çıkarımlarda bulunma, keşfetme, sorular sorma ve çözümler arama fırsatı verilmelidir. Çıkarımlar ve genellemeler etkinlik içinde saklı olmalı ve öğrenciler uygulama, düşünme, ortak çalışma gibi yöntemler ile bunlara ulaşabilmelidir. Y yaparak yaşayarak öğrenme akılda kalıcılığı ve anlamlandırmayı artırır.

2.4. Yapılandırmacı Öğrenme

Günümüzde matematiğin yapısına uygun olarak etkili öğrenmenin, kavramsal bilgiler ve işlemler ile bunların arasındaki ilişkilerin anlaşılmasından geçtiği kabul edilmektedir. Bu vasıta ile ilişkisel öğrenme matematik öğretiminde önem taşır (Olkun ve Toluk, 2003). Matematik öğretiminde öğrenci aktif rol oynamalıdır. Öğretmen rehber olmalıdır. Düz anlatımdan ziyade öğrencinin kendisinin çözüm yolları arayacağı ve öğrencinin kendisinin çabalamasını gerektiren yöntemlere başvurulmalıdır. Öğrenci merkezli yöntemler kullanıldığında öğrenciler daha kalıcı öğrenebilmekte ve soyut olan matematiği somutlaştırabilmektedirler (Duman, Karakaya & Çakmak, 2001). Etkin katılım ile kastedilen öğrencilerin problemlerin tahtada yapılan çözümlerini izlemeleri yerine kendileri çözmeleri, araçları kendilerinin kullanmaları ve hatta birçok aracı kendilerinin yapmalarınıdır (Şahin, 2005).

Çağdaş eğitim sistemindeki en etkili öğretim modellerinden biri yapılandırmacıdır. Yapılandırmacı yaklaşım yaparak yaşayarak öğrenmeyi temel alır. Yapılandırmacılık teorisi öğrenci etkileşimini arttıran ve öğrencinin önceki deneyimlerine dayanarak yeni bilgi oluşturmasına odaklı karma öğrenme ortamlarına uygulanabilir. (Al-Huneidi & Schreurs, 2012). Günümüzde eğitim programları yapılandırmacı anlayışa göre tasarlanmaktadır.

Ülkemizde 2005-2006 eğitim-öğretim yılından itibaren ilköğretimde yeni bir program uygulamasına geçilmiş ve bu programlardaki temel yaklaşımın yapılandırmacı bir yaklaşım olduğu açıkça vurgulanmıştır (Biber & Tuna, 2015).

Yapılandırmacı yaklaşım ilerlemeci eğitim felsefesine dayanır. Öğrenci merkezli eğitimi savunur. Bu yaklaşımda bilgiyi üreten öğrencidir. Bilimsel çelişki ve kaos öğrenmeyi yönlendirir. İşbirliğine dayalı öğrenmeyi kullandığından öğrenci etkileşimi üst düzeydedir. Geleneksel okul ortamına zıt bir durum vardır. Öğrencilerin çok yönlü gelişmeleri önemlidir. Öğretmen rehber konumunda olup öğrenme sorumluluğu öğrenciye aittir. Yapılandırmacı yaklaşımda değerlendirme kısmı süreci ve ürünü kapsamaktadır. Ayrıca öğrencilere neden sonuç ilişkilerini öğretebilmek amaçlanır ve öğrenmelerin gerçekleşebileceği sosyal ortamlar oluşturulur. Öğrenme sürecinin okul ortamı ile sınırlandırılmasını savunmaz. Anlamli öğrenme temel alınarak problem çözüme ve araştırma becerileri kazandırılması hedeflenir. Öğrencilerin olaylara bakarken veya yorumlarken çoklu bakış açlarına sahip olabilmelerini önemser. Bilgi yaşantılar yolu ile kazanılır. Öğrenme ise temel kavramlar çerçevesinde gelişir.

Özmen (2004) yapılandırmacı yaklaşımı 5 temel aşamada ele alır:

1. Öğrenme zihinde gerçekleşen bir işlemdir. Bilginin oluşturulması ancak zihinsel işlemlerle mümkün olmaktadır. Bu teoride materyal veya bilgi öğrenene doğrudan aktarılmaz. Bilgi öğrenen tarafından oluşturulur.
2. Öğrencilerin önceden öğrendikleri bilgiler yeni öğrenecekleri bilgileri etkiler. Öğrenciye verilecek bilgi ön öğrenmeleriyle ilişkili olarak verilmelidir. Öğrencilerin zihnindeki bazı yanlış kavramlar yeni bilginin öğrenilmesini zorlaştırabilir. Öğrencilerin bu yanlış kavramları geçerliliği kanıtlanmış bilgilerle değiştirmesi sağlanarak öğretim işlemi gerçekleştirilmelidir.
3. Öğrenmenin daha sağlıklı olabilmesi için öncelikle öğrencilerin yanlış ve eksik bilgilerinin olduğu onlara ispatlanmalıdır. Yanlış ve eksik bilgilerin yerine yeni bilgilerin gelebilmesi için öğrencilerin deneyimlerinden faydalanılır. Eğer öğrenci deneyimlerini kullanarak doğru tahminler yapabiliyorsa anlamli öğrenmeyi gerçekleştirmiş olur.
4. Öğrenmenin gerçekleşebilmesi için bireyin sosyal etkileşim içerisinde olması gerekir çünkü öğrenme sosyal bir süreçtir. Öğrencinin çevresiyle sorgulayıcı bir dille iletişime geçmesi öğrenmeyi kolaylaştırır.

5. Öğrencinin konuyu daha iyi öğrenebilmesi ve öğrendiklerini kullanabilmesi için ek uygulamalar yapılmalıdır.

Yapılandırmacı öğrenmede temele alınanlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1. Bilgiyi araştırma yorumlama ve analiz etme.
2. Bilgiyi ve düşündürme sürecini geliştirme.
3. Geçmişteki yaşantılarla yeni yaşantıları bütünleştirme.

Öğrenenin etkin rol aldığı yapılandırmacı öğrenmede sadece okumak ve dinlemek yerine tartışma, fikirleri savunma, hipotez kurma, sorgulama ve fikirler paylaşma gibi öğrenme sürecine etkin katılım yoluyla öğrenme gerçekleştirir. Bireylerin etkileşimi önemlidir. Öğrenenler, bilgiyi olduğu gibi kabul etmezler, bilgiyi yaratır ya da tekrar keşfederler (Perkins, 1999).

Yapılandırmacı öğrenme kuramının tam olarak uygulanabilmesi için uygun bir sınıf ortamı yaratmak da çok önemlidir. Birçok araştırmacı yapılandırmacı bir sınıf ortamının hangi özellikleri taşıması gerektiği sorusu üzerine düşünüp araştırmalar yapmışlardır. Yapılan bu araştırmalar ve buldukları sonuçlar ile ilgili bir örnek vermek gerekirse Doğanay ve Sarı (2007)'nin ulaştıkları sonuçlardan bahsedebiliriz:

- Öğrencilere yaşamlarıyla ilgili gerçek (otantik) problemler sunma
- Bu problemleri üst düzey düşünme becerilerini kullanarak işleme
- Öğrencilerin ön bilgi ve deneyimlerini harekete geçirerek, yeni sunulan deneyimlerle etkileşime geçmesini sağlama
- Sınıfta sorgulayıcı, çoklu görüş açılarını özümseyen, öğrenci görüşlerini ve bunların tartışılmasını ön plana çıkaran etkinlikler oluşturma
- Kendi düşüncelerini oluşturmak için öğrencilere fırsat ve sorumluluk verme
- Bilgileri, aralarındaki ilişkileri vurgulayarak bütüncül bir bakış açısıyla ele alma
- Daha az kavramı, derinliğine ele alma
- Öğrencileri, öğrenme ortamı oluşturma sürecinde söz sahibi yapma
- İşbirliğine dayalı etkileşimleri özendirme
- Teknoloji kullanımını özendirme
- Değerlendirmeyi, öğrenme sürecinin bir parçası olarak görme

Sınıf ortamının gerekli özellikleri sağlaması öğrencilere düşünmeleri için bir ortam yaratacaktır. Düşünmeyi destekleyen bir eğitim ortamı yapılandırmacı öğrenme kuramını destekler niteliktedir. Öğrencilere problem üzerinde düşünme, tartışma, doğruya ulaşmak için çaba gösterme, gerekli kaynaklardan yararlanma ve öğrencilere öğrenmede aktif rol alma imkanları sağlanmış olacaktır.

Yapılandırmacı öğrenmede sınıf ortamının yanı sıra öğretmenin de çok önemli rolleri vardır. Hatta öğretmenlere bu aşamada ciddi bir sorumluluk yüklenir. Yapılandırmacı öğrenmede öğrenen ön plandadır yani öğretmen öğrenciye sürekli bir bilgi aktarımında bulunmaz. Öğrencilere rehber olur. Yanlış bilgilerini fark etmelerinde, doğru bilgileri öğrenmelerini sağlamada, önbilgilerini nasıl kullanacaklarını göstermede, gerektiğinde birincil ve ikincil kaynaklara ulaşmalarını sağlamada yardımcı olur. Aslında öğretmenin öğrenciyi merkeze alması onun yükünü azaltmayı arttıracaktır. Yapılandırmacı yaklaşımda öğretmen, öğrenme ve öğretme ortamlarını düzenleme, öğrencileri etkinliklere yönlendirme, süreçle sonucu birlikte değerlendirecek ortamı hazırlama görevini üstlenmiştir (Çınar, Teyfur ve Teyfur, 2006). Öğretmen öğrencilere tartışma, sorgulama ortamı yaratır. Neden, niçin gibi soruları yöneltebilmelerini sağlayarak öğrencileri düşünmeye teşvik eder. Yapılan çalışmalara dayanarak yapılandırmacı öğrenme kuramına uygun öğretmen profili aşağıdaki şekilde özetlenebilir (Gönen ve Andaç, 2009; Bay, 2008; Brooks ve Brooks, 1993; Fosnot, 2007; Hançer, 2006;):

- Öğretmen öncelikle öğrencilerin ön bilgilerini ortaya çıkarır.
- Öğrencilerin derse ilgisinin süreklilik kazanması için merak uyandıran sorular sorar.
- Öğrenme süreci devam ettiği sürece öğrencilerin meraklı olmasını sağlar.
- Öğrencilerin bilişsel, duyuşsal ve devinişsel becerilerini üst düzeye çıkarabilecekleri etkinlikler tasarlar ve uygular.
- Öğrencilerin çıktığı bilgi yolculuğunda iyi bir rehber olur.
- Öğrencilerin konuya verdikleri ilk tepkilerin nedenlerini araştırır böylece eksik veya yanlış öğrenmelerin sebebini ortaya çıkarıp bu eksiklikleri telafi edecek tedbirler alır.
- Sınıfta tartışmaya dayalı yöntem ve tekniklerin kullanılmasına ağırlık vererek öğrencilerin farklı fikirler üretmelerine, demokratik tutum kazanmalarına ve farklı fikirlere tahammül gibi özellikler kazanmalarına katkı sağlamış olur.

- Öğrencilerin ön bilgileriyle kurdukları hipotezlerle çelişebilecekleri öğrenme ortamları oluşturur ve onları bu hipotezler hakkında tartışmaya teşvik eder.
- Öğrencilere açık uçlu ve düşündürücü sorular sorarak araştırma yapmaya teşvik eder.
- Öğrencilerin bilgi ve becerilerini geliştirecek şekilde teknolojinin imkânlarından faydalanır.
- Öğrencilerin öğrenmesini güçlendirebilmek için birincil veri kaynakları ve işlenmemiş veriler kullanır.
- Öğrencilerin girişimciliklerini ve özerklerini destekler ve geliştirilmesine katkı sağlar.
- Öğrencilerin her zaman çok yönlü iletişim kurması için destek olur.
- Öğrencileri öğretim ve öğrenme sürecinin planlanmasına dahil eder ve fikirlerini önemser.

Saygın ve diğerlerinin (2016) çalışmasında Zoharik'in (1995) çalışmasını temel alarak sundukları üzere yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının 5 temel ilkesi vardır:

1. Eski Bilginin Harekete Geçirilmesi: Öğrencilerin konu hakkında sahip oldukları bilgiler ortaya çıkarılır. Soru sorma, beyin fırtınası gibi etkinlikler düzenlenebilir.
2. Yeni Bilginin Kazanılması: Öğrencilerin “bütünü”, “bütünün ilgili parçalarını” ve “bu parçalar ile bütün arasındaki ilişkileri” açıkça görmeleri sağlanır.
3. Bilginin Anlaşılması: Yeni bilgi, eski bilgiler ile karşılaştırılır. Özümleme ve düzenleme yoluyla dengelenme sağlanır.
4. Bilginin Uygulanması: Öğrencilere öğrendiklerini uygulamaya koymaları için uygun öğrenme yaşantıları ve etkinlikleri sağlanır. Problem çözme aktiviteleri yapılabilir.
5. Bilginin Farkında Olunması: Öğrenciler öğrendiklerini gözden geçirirler. Bunu sağlamak için örnek olay incelemesi, rol oynama, proje çalışması, başkalarına öğretme veya öğrendiklerini yazıya dökme gibi etkinlikler yapılabilir.

2.4.1. 5E Modeli

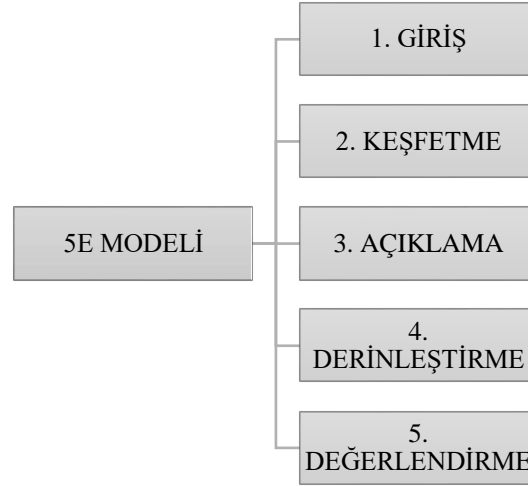
Yapılandırmacı öğrenme kuramına dayalı modellerden biri de 5E modelidir. Bu modelin öğretimdeki uygulama biçimi Bybee tarafından geliştirilen 5E öğretim modelidir (Keser, 2003). Bybee bu modeli geliştirirken Johann Friedrich Herbart'ın esas almıştır. Bu çalışmaların temeli ise John Dewey ve Piaget'a da dayanmaktadır. 5E modeli yeni bir kavramı öğrenmede veya bilinen bir kavramı anlamada kullanılabilir (Ergin, Ünsal & Tan, 2006). 5E modeli uygulaması ile öğrencilerin kavramsal algılarında gelişme, öğrenmeye karşı olumlu tutum geliştirme ve başarılarının arttığının görülmesi gibi olumlu etkileri olduğu görülmüştür (Bozdoğan & Altunçekiç, 2007). 5E modeli öğrencileri öğrenmede aktif rol almaya ve araştırmaya da teşvik eder.

Eğitim insanlığın gelişimi üzerinde önemli bir rol oynamaktadır. Eğitim vasıtası ile bireye çevresindeki değişiklikleri anlayabilecek, yeni değişiklikler yapabilecek yeti kazandırılabilir. Bu nedenle eğitim, toplumun diğer kurumlarından daha hızlı bir değişim ve yenileşme içinde olmak zorundadır. Yaşadığımız çağa ayak uydurabilecek, yaratıcı, gelişmeleri kavrayabilen ve onlara uyum sağlayabilen, ezbercilikten ziyade kendi kendisine fikir üretebilen, yeni düşüncelere açık, yapıcı, anlayarak öğrenen bireyler yetiştirmek önemlidir. Bu amacı gerçekleştirmek adına da öğrenci merkezli öğretim yöntemlerine ihtiyaç duyulmaya başlanmıştır (Ergin, 2012).

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımları ile öğrenciler bilgi aktararak değil bağlantılar kurarak öğrenmeye başlarlar. Önemli olan bilgiyi ezberlemek değil konuyu anlamaktır. Bukova (2008)'ya göre yapılandırmacılık, doğru ve yerinde bağlantılar kurarak bilgiyi bütünleştirmektir.

5E modeli yapılandırmacı öğrenme yaklaşıma dayanan, öğrencilerde merak uyandırıp daha sonra beklentilerini tatmin eden, öğrencilerin aktif rol almalarını sağlayarak araştırmaya teşvik eden aktiviteleri, becerileri ve etkinlikleri içerir. Öğrenme eski bilgiler ile yeni bilgiler arasında iletişim kurulduğunda anlamlı bir şekilde gerçekleşir (Martin, 2000). 5E modeli daha çok araştırma ve deneysel esaslı olduğundan fen ve matematik derslerinde kendisine geniş bir yer bulmaktadır.

5E modeli öğrenme evrelerine göre beş adımdan oluşmaktadır. Model, aşamaların baş harflerinden adını almaktadır. Bunlar giriş (engage), keşfetme (explore), açıklama(explaine), derinleştirme (elaborate) ve değerlendirme (evaluate).



1. Giriş: Derse giriş aşamasıdır. Bilgiyi öğrenmeden önce öğrencilerin hazırbulunuşlukları ortaya çıkarılmalıdır. Konu ile ilgili eğlendirici ve merak uyandırıcı bir girişle de derse başlanabilir. Öğrencilerin dikkatini çekmek önemlidir.
2. Keşfetme: Bu aşama öğrencinin en aktif olduğu aşamadır. Öğrenciler birlikte çalışarak, deneyler yaparak veya öğretmen rehberliğinde bilgisayar, kütüphane gibi ortamlarda çalışarak problemi çözmeye çalışırlar.
3. Açıklama: Bu aşamada öğrenciler düşüncelerini sınıf ile paylaşırlar. Öğretmen de eksikliklerin ve yanlışların giderilmesine yardımcı olur. Öğretmenin en aktif olduğu aşamadır. Öğretmen, öğrencilerde bulunabilecek yetersiz olan eski düşüncelerini doğru olan yeni bilgiler ile değiştirebilmelerine yardım eder. Dönüt ve düzeltmelerde bulunur. Tanımlamalarda ve bilimsel açıklamalarda bulunur.
4. Derinleştirme: Bu aşamada daha önceki aşamalarda kazanılan bilgiler ve yaklaşımlar yeni problem durumları üzerinde uygulanır. Böylece yeni kavramların öğrenimine imkan sağlanmış olur. Bilgiler transfer edilir.
5. Değerlendirme: Bu aşamada öğretmen ve öğrencilerin katılımı ile süreç ağırlıklı değerlendirme yapılır. Öğrencilerden öğrendiklerini göstermeleri, düşünce tarzlarını sergilemeleri beklenir.

2.5. Araştırma ile ilgili Alanyazındaki Çalışmalar

Tez konumuz ile ilgili literatür taraması yapıldığında gördüğümüz kadarıyla jugglengin matematiksel yapısıyla ilgili bir araştırma bulunmamaktadır.

Türkiye’de de bu konuyla ilgili yapılan tek çalışma Akbaş, Taş ve Duman’ın (2019) yayınladıkları “Öğretmen Adaylarının Juggle Öğrenme Deneyimi Sırasındaki Epistemolojik İnançları ve Öz Düzenlemeli Öğrenme Algıları” adlı Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi’nde çıkan makaledir (Akbaş ve diğerleri, 2019). Bu makalede 38 öğretmen adayının jonglörlük öğrenme sürecindeki deneyimlerine ve kendilerinde oluşan değişikliklere değinilmiş, matematiksel açıdan bir incelemede bulunulmamıştır.

Dolayısıyla juggling dizileriyle ilgili yukarıda bahsi geçen çalışma dışında bir çalışma yapılmamış olup Türkçe bir kaynak yoktur.

Işık (2019) tarafından yapılan diziler konusunun gerçekçi matematik eğitimi etkinlikleriyle öğretiminin öğrenci başarısına ve matematik tutumuna etkisinin araştırıldığı ve öğrenci görüşlerinin incelendiği tez çalışmasında 11. sınıf öğrencileriyle çalışılmıştır. Çalışmada, ön test - son test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır. 25 kişiden oluşan deney grubunda Gerçekçi Matematik Eğitimi destekli öğretim, 25 kişiden oluşan kontrol grubunda ise mevcut öğretim uygulanmıştır. 11. sınıf diziler konusu 18 ders saati boyunca deney grubu öğrencilerine Gerçekçi Matematik Eğitimi ilkelerine uygun olarak hazırlanmış etkinlikler yardımıyla, kontrol grubuna ise mevcut öğretim yaklaşımına göre anlatılmıştır. Uygulama öncesi ve sonrası yapılan testlerin analizi sonucunda Gerçekçi Matematik Eğitimi’ne uygun öğretim yapılan deney grubu öğrencilerinin daha başarılı oldukları, matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirdikleri ve Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımıyla yapılan öğretim hakkında olumlu düşüncelere sahip oldukları görülmüştür. Elde edilen bulgular sonucunda, gerçekçi matematik eğitimi ile öğrenim gören deney grubu öğrencileri ile mevcut öğretime devam edilen kontrol grubu öğrencilerinin arasında başarıyı artırma ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmede deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı farklılık olduğu belirlenmiştir. Deney grubu öğrencilerine yapılan Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımı hakkındaki görüşlerin alındığı düşünce anketi sonuçlarına göre ise öğrencilerin görüşlerinin olumlu yönde olduğu gözlenmiştir (Işık, 2019).

Diziler konusunda yapılan bir başka çalışma ise Dereli (2015) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının diziler ve seriler konularındaki hata ve kavram yanlışlarını tespit etmek amaçlanmıştır. Bu çalışmaya Türkiye’nin

Doğusundaki bir Üniversite'nin, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda öğrenim gören 97 öğrenci dâhil edilmiştir. Çalışmaya alınan öğrencilere beş adet açık uçlu soru sorulmuştur. Araştırmanın sonucunda, bazı sorularda fazla oranda kavram yanlışlığına düştükleri ortaya çıkmıştır (Dereli, 2015).

5E modelindeki etkinlik üzerine yapılan bir çalışma ise Başer'in (2008) hazırladığı tez çalışmasıdır. Bu çalışmanın amacı, ilköğretim 7. sınıf matematik dersi, çember, daire ve silindir konularının öğretiminde yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E Modeline yönelik öğretim etkinlikleri uygulamanın, geleneksel öğretim yöntemlerine kıyasla öğrencilerin akademik başarıları üzerine olan etkisini karşılaştırmaktır. Uygulamaya 7. sınıflardan toplam 52 öğrenci katılmıştır. Dersler araştırmacı tarafından toplam 5 hafta süreyle; kontrol grubunda geleneksel öğretim yöntemleri, deney grubunda ise 5E Öğretim Modeline göre planlanan ders etkinlikleri ile yürütülmüştür. Analiz sonuçları, Çember, Daire ve Silindir konularını öğrenmede, yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E Modeline yönelik etkinliklerle öğrenen öğrencilerin, geleneksel yöntemlerle öğrenim gören öğrencilerden daha başarılı olduklarını göstermiştir (Başer, 2008).

Sari (2020) tarafından yapılan çalışmanın amacı ise aritmetik dizi ve seriler ile ilgili problemlerin öğretimde Android tabanlı öğretim materyali tasarlamaktır. 11. ve 12. sınıf öğrencileri üzerinde araştırma yapılmıştır. Araştırmada kullanılan yöntemler anket ve gözlemdir. Sonuç olarak da uygulanan Android tabanlı öğretim materyalinin aritmetik diziler ve seriler için uygun olduğu görülmüştür. Gözlemlerden ve sorulardan elde edilen sonuçlara göre ise Android tabanlı hazırlanan öğretim materyalinin ilgi çekici, kullanımı kolay, anlamayı kolaylaştırıcı, öğrenme için isteği arttıran ve öğrencilerin konuyu anlamasına yardım edici bir etkisi olduğu görülmüştür (Sari v.d., 2020).

Anıl (2007) tez çalışmasında mutlak değer konusundaki kavram yanlışlarının belirlenmesi ve giderilmesi üzerine çalışmıştır. Yapılan araştırmanın amacı; 10. sınıf öğrencilerinin mutlak değer konusuna ilişkin hatalarının ve kavram yanlışlarının belirlenerek etkinlik yöntemi ile giderilmesidir (Anıl, 2007). Öncelikle öğrencilerin mutlak değer ile ilgili kavram yanlışları belirlenmiştir. Çalışmanın devamında; mutlak değer konusu, deney grubu öğrencilerine etkinlik yöntemi ile kontrol grubu öğrencilerine ise geleneksel yöntem ile işlenmiştir. Deney grubu sürecinde 15 farklı etkinlikten yararlanılmıştır. Eğitimlerden sonra test sonuçları incelendiğinde, etkinlik yöntemine göre dersin işlendiği deney grubu öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı

kontrol grubu öğrencilerinin son test ve akılda tutma testi puanları arasında deney grubu öğrencileri lehine anlamlı farklılık olduğu belirlenmiştir. Bilgiyi oluşturma sürecinde öğrenciyi aktif kılan, öğrenme sürecinin kavramsal problemler ve etkinlikler çerçevesinde organize edildiği etkinlik yönteminin mutlak değer konusunun öğrenilmesinde ve akılda kalmasında geleneksel yöntemle göre daha etkili olduğu görülmüştür (Anıl, 2007).

Çiltaş ve Işık'ın (2012) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Analiz III dersindeki başarılarını matematiksel modelleme ve geleneksel yöntem yaklaşımları açısından incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla 75 tane ilköğretim matematik öğretmeni adayına açık uçlu 15 sorudan oluşan dizi ve seriler bilgi testi uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda, deney grubuna uygulanan matematiksel modelleme yönteminin öğretmen adaylarının akademik başarısı açısından olumlu etkisinin olduğu görülmüştür. Başarıya olumlu yönde etkisinin üzerine matematiksel modelleme yönteminin eğitim-öğretim kurumlarında uygun kavramların öğretiminde dikkate alınmasının ve kullanılmasının faydalı olacağı sonucuna varılmıştır (Çiltaş&Işık, 2012).

Amsari (2022) tarafından yapılan çalışmada ise okul kitaplarından diziler ve seriler konusunun öğretilmesinin öğrencilerde problem çözebilme becerisini geliştirmeye yetmediği görülmektedir. Bu amaçla teorik öğretim etkinliklerle desteklenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştiği gözlenmiştir (Amsari v.d., 2022).

Iswara, Darhim ve Juandi'nin (2021) çalışmasında Endonezya eğitim sisteminin Covid19 nedeniyle online eğitime dönmesi ile birlikte diziler ve seriler konusunun online programlar vasıtasıyla öğretilmesinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerisi üzerine etkisini analiz etmek amaçlanmıştır. Yapılan araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel düşünme becerisi orta düzey çıkmıştır (Iswara v.d., 2021).

Özkale'nin çalışmasında teknoloji destekli matematik eğitiminde farklı program ve uygulamaların etkilerinin genişletilmesi perspektifinde lisans/önlisans düzeyinde ele alınan Kalkülüs dersleri için örnek etkinlikler ele alınmaktadır. Çalışmada Kalkülüs dersleri için hazırlanacak GeoGebra etkinliklerinde öğrencilere yol göstermesi açısından enstrümantal orkestrasyon boyutlarına ışık tutan tartışmalar sunmak amaçlanmaktadır. Çalışmada Kalkülüs eğitimi için GeoGebra programından nasıl yararlanılacağı ve etkinliklerin enstrümantal orkestrasyon türleri ile nasıl zenginleştirilebileceği üzerinde durulmaktadır. Uygulamalı ve mesleğe dönük yönü itibarıyla Kalkülüs derslerinde kullanılacak

matematiksel simülasyonlarla ders süreçlerinin zenginleştirilebileceği ve öğrenenlerin kavramsal gelişimlerinin beslenebileceği, bu deneyimin gerçek hayat becerilerine yansıtılabileceği düşünülmektedir (Özkale, 2021).

BÖLÜM III

YÖNTEM

Çalışmanın bu bölümünde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri analizi ve araştırmadaki sınırlılıklar ile ilgili bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Yapılan araştırma nitel araştırma türlerinden durum çalışması modelindedir. Nitel durum çalışmaları bir ya da birkaç durumun derinlemesine incelenmesi amacıyla yapılan çalışmalardır. Özellikle bir duruma ilişkin etkenlerin bütüncül bir yaklaşımla ve derinlemesine araştırılmasının amaçlandığı çalışmalarda tercih edilmektedir. Durum çalışmalarında genellikle gözlem, görüşme, doküman incelenmesi gibi veri toplama yöntemlerinin biri ya da birkaç tanesinin beraber ele alınması ile gerçekleştirilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmada çalışma grubu belirlenirken özellikle araştırmanın temel amacı dikkate alınarak katılımcıların matematik eğitimi ya da matematik alanında uzman olmaları ölçüt olarak belirlenmiştir. Bu amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile Başkent üniversitesinden 10 ve Gazi üniversitesinden de 5 olmak üzere toplamda 15 matematik eğitimi ya da matematik alanında uzmana ulaşılmıştır. Ölçüt örnekleme, özellikle araştırma grubunun belirlenmesinde seçilecek kişilerin belli bir nitelikte olması ve belli ölçütlere göre seçilmesinin amaçlandığı durumlarda tercih edilmektedir (Büyüköztürk vd., 2014).

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırma kapsamında araştırmacı tarafından uzmanlarla görüşme amacıyla 8 sorudan oluşan bir yarı yapılandırılmış bir görüşme formu hazırlanmıştır. Bu formun ilgili amaca uygunluğunun belirlenmesi amacıyla matematik alanında iki ve ölçme ve değerlendirme

alanında bir olmak üzere toplamda üç uzmana gönderilerek uzman görüşü alınmıştır. Uzmanlardan gelen dönütlere göre bazı ifade değişiklikleri yapılarak görüşme formuna nihai hali verilmiştir. Görüşmelerden önce konuyu ve etkinliği anlatan bir sunum hazırlanmıştır. Hazırlanan taslak sunum kapsamında Başkent Üniversitesi'nde görev alan iki öğretim görevlisine juggling matematiği anlatılmış ve sunum izletilmiştir. Uzmanlardan alınan geri dönüşler doğrultusunda sunum yeniden düzenlenmiştir. Hazırlanan sunumun ilk ve son hali EK-1'de verilmiştir.

Görüşmelerden ve sunumların izletilmesinden önce katılımcılara sözel olarak çalışmanın ne amaçla kullanılacağı, görüşmenin ne kadar süreceği ve kimliklerinin gizli tutulacağı belirtilmiştir. İşleyişin hızlı ilerlemesi ve verilerin daha güvenilir bir şekilde aktarılmasını sağlamak için de ses kaydı alma izni istenmiştir. Katılımcılar kabul ettikten sonra görüşmeler yapılmıştır. Kabul etmeyen katılımcıların görüşleri ise katılımcının yanında yazıya dökülmüştür. Katılımcılardan görüşleri alınmadan önce hazırlanan sunum izletilmiş ve etkinlik planı hakkında bilgi verilmiştir. Gerekli bilgilendirmeler ve konuya ilişkin ön bilgiler verildikten sonra görüşlerini almak üzere 8 adet görüşme sorusu yöneltilmiştir. Yapılan görüşmeler, akademisyenlerin uygun oldukları bir zaman belirlenerek yapılmıştır. Her katılımcı ile gerçekleştirilen görüşme yüz yüze yapılmıştır.

3.4. Veri Analizi

Araştırmada veri analizi yöntemi olarak içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi, sözel, yazılı ve diğer materyallerin nesnel ve sistematik bir şekilde incelenmesine olanak tanıyan bir yöntemdir. Bu yöntemde yapılan görüşmeden ya da verilmek istenen mesajlardan bir çıkarımda bulunma söz konusudur. Bu süreçte özellikle görüşme sonuçlarının detaylı incelenmesi ve anlamlı küçük birimler olan kodların oluşturulması önemlidir (Tavşancıl ve Aslan, 2001). İçerik analizinin en önemli süreci olan kodlama ve kategorileri belirleme sürecinin açıklığı, anlaşılabilirliği, binişik olmaması ve objektifliği araştırmanın güvenilirliği ve geçerliği önemlidir. Araştırmaya katılan bireyler gönüllülük esasına göre seçilmiş ve görüşmeler katılımcıların kendilerini rahat bir şekilde ifade edecekleri bir ortamda gerçekleşmiştir. Elde edilen ses kayıtları tekrar tekrar dinlenerek eksiksiz bir şekilde yazıya dökülmüştür. Bulgular sunulurken, katılımcıların görüşlerinden bire bir alıntı yapılmıştır. Bu şekilde araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğine kanıtlar sunulmuştur.

3.5. Araştırmanın Sınırlılığı

Görüşmelerde az sayıda kişiye ulaşılması araştırmanın sınırlılıklarındandır. Katılımcıların bir kısmının sorulara isteksiz ve kısa yanıtlar vermeleri, uzun yorumlardan kaçınmaları da araştırmanın sınırlılıklarına dahildir. Ayrıca görüşmek için ulaştığımız birçok kişi de ya geri dönüşte bulunmamıştır ya da çalışmaya dahil olmak istememiştir. Görüş alacağımız akademisyenlerin uygun zamanlarının olmaması, çekimser davranmaları veya tatil dönemlerine denk gelinmesi gibi durumlar veri sayısının artmasına engel olduğundan araştırmanın sınırlılıklarındandır.

BÖLÜM IV

BULGULAR ve YORUMLAR

Bu bölümde, araştırma sonucunda elde edilen bulgular katılımcıların görüşleri doğrultusunda belirlenen temalara göre ayrıştırılmış olup katılımcı görüşlerinden doğrudan alıntılar yapılarak özetlenmeye çalışılacaktır.

1. Birinci Soruya İlişkin Bulgular ve Yorumlar:

Araştırma kapsamında katılımcılara “Daha önce juggling matematiği hakkında bir bilginiz var mıydı?” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile katılımcıların bu konuya dair önbilgilerinin olup olmadığının anlaşılması hedeflenmiştir. Katılımcıların yanıtlarından yola çıkılarak frekans tablosu verilmiştir.

Tablo 4.1. Juggling matematiği hakkındaki önbilgi durumu

Alt Tema	Kodlar	Frekans
Bilinmiyor		13
Halihazırda Biliniyor	Video kaynaklı	1
	Sunum kaynaklı	1

Tablo 4.1. incelendiğinde katılımcıların 13’ünün juggling matematiği hakkında bir bilgisinin olmadığı görülmektedir. Literatür taraması yapıldığında konunun matematiksel boyutuyla ilgili ülkemizde yapılmış bir çalışma bulunmamaktadır. Konuyla ilgili daha önce bir fikirleri olmamasına yönelik katılımcı görüşlerinin bir kısmı “*Daha önce juggling matematiği hakkında bilgim yoktu. (K₁)*”, “*Hayır ilk kez senden dinledim. (K₁₀)*”, “*Daha önce bir bilgim yoktu. (K₁₁)*” şeklindedir.

Daha önce bilgisi olduğunu belirten 2 katılımcı bulunmaktadır. Bir katılımcı daha önce konuyla ilgili bir video izlediğini belirtmiştir. “*Daha önce çok güzel bir video izlemiştim bu konuyla ilgili. (K₇)*” Bir diğer katılımcının bilgisi ise Doç. Dr. Miraç Çetin’in bu çalışmada

işlenen konuyu sunmasından kaynaklanmaktadır. “...*gerek kavramsal olarak gerekse de teorik olarak bir bilgin olmuştur.* (K₁₃)”

2. İkinci Soruya İlişkin Bulgular ve Yorumlar:

Araştırma kapsamında katılımcılara “Bu konunun öğrencilerin ilgilerini çekebileceğini düşünüyor musunuz? Nasıl?” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile katılımcıların görüşlerine göre juggling matematiğinin ilgi uyandıracak bir konu olup olmadığının anlaşılması hedeflenmiştir. Katılımcıların yanıtlarından yola çıkılarak frekans tablosu verilmiştir.

Tablo 4.2. Juggling matematiğinin öğrenciler üzerinde ilgi uyandırma durumu

Alt Tema	Kodlar	Frekans
İlgi çekicilik	Günlük hayat örneği olma	5
	Matematik ile ilişkilendirilme	3
	Somut bir örnek	3
	Teknolojiyle ilişkili olma	2
	Hareketli bir etkinlik olması	2
	Bağlama uygunluk	1

Tablo 4.2. incelendiğinde katılımcıların tamamının juggling matematiğinin öğrencilerin ilgisini çekeceğini düşündüğü sonucuna varılmıştır. Konunun matematik ile ilişkisi olduğundan dolayı ilgi çekeceğini düşünen katılımcı sayısı 3’tür. Görüşlerinden bir kısmı; “*Jonglörülük ve matematik ilişkilendirildiği için, bu konu matematiksel açıklamasıyla verileceği için ilgisini çeker diye düşünüyorum ben.* (K₁)”, “*Yani ona bir matematiksel gerekçe uydurmak mutlaka ilginç bir şey.* (K₃)” şeklindedir.

Günlük hayattan bir örnek sunulduğu için konunun ilgi çekici olduğunu düşünen katılımcıların görüşlerinin bir kısmı da şu şekildedir: “*Bunun nedeni de ilk olarak günlük yaşamda karşılıklarına çıkabilecek bir şey.* (K₄)”, “*Sonuçta öğrencinin matematiğe karşı ilgisi günlük hayatla çok ilişkili. Günlük hayatta var olan bir matematiği onların önüne sunduğunuzda ilgilerinin daha da arttığını hem deneyimledim hem de makalelerde, literatürde okuduğumuzda da bu karşımıza geliyor.* (K₅)”, “*Evet, bence ilgi çekici olacak günlük hayat ile de ilişkili olduğu için öğrencilerin ilgisini çekecek.* (K₆)”,

“...televizyonlarda sosyal medyada görebildiğimiz bir şeyin altında yatan matematiği keşfetme benim ilgimi uyandırdı açıkçası. Bence öğrencilerin de ilgisini çekecektir. (K₈)”

Somut bir örnek sunulduğu için konunun ilgi çekici olduğunu düşünen katılımcıların görüşlerinin bir kısmı da şu şekildedir: “İlgilerini çekebileceğini düşünüyorum yani şöyle somutlaştırmak önemli matematikte. Bu da somut bir örnek olacak. (K₉)”, “Oysa burada gözleriyle gördükleri, elleriyle tuttukları hissedebildikleri, gerçekten onları eğlendirebilecek bir olayın altında çok ciddi bir matematik olduğunu ve bunu bildikleri takdirde matematiğin sevilebilir ve yapılabilir bir şey olduğunun farkına varacaklar düşüncesindeyim. Bence çok ilgilerini çeker. (K₁₃)”, “Öğrenmeyi öğrenciler somut materyaller görerek daha kolay kavrayabiliyorlar. (K₁₅)”

Teknolojiyle ilişkili olduğu için konunun ilgi çekici olduğunu düşünen katılımcıların görüşlerinin bir kısmı da şu şekildedir: “Bir de çocuklar simülasyon, YouTube'da izleme, sosyal medyayla çok alakalı oldukları için yani onların ellerinde bilgisayarlar, telefonlar hep var. Dolayısıyla günümüz çocukları için işte YouTube'dan izlemeleri ya da şeyden ziyade yani jonglörün kendisinden ziyade YouTube'dan falan izleyebilmeleri ilgi çekecektir diye düşünüyorum. (K₉)”, “Yeni çağda teknolojiye çok yakınlar. Simülasyon kullanılacak bu konuyu çok beğenirler. (K₁₀)”

Bağlama uygun için konunun ilgi çekici olduğunu düşünen katılımcının görüşlerinin bir kısmı da şu şekildedir: “...gerçekten aritmetik ortalamanın tam sayı çıkmasını istediğimiz bir durumu ifade ettiği için öğrencilerin ilgisini çekeceğini bir bağlama uygun diye düşünüyorum. (K₁₀)”

Hareketli bir etkinlik olduğu için konunun ilgi çekici olduğunu düşünen katılımcıların görüşlerinin bir kısmı da şu şekildedir: “Hareketli bir durum olduğu için. Öğrenciler artık durağanlığı sevmiyor, hareketi seviyor. (K₁₀)”, “Yani kas hareketleri vesaire için güzel bir şey. Hem matematik var işin içinde, spor da var. (K₁₄)”

3. Üçüncü Soruya İlişkin Bulgular ve Yorumlar:

Araştırma kapsamında katılımcılara “Dersinizde juggling uygulamasının öğrencilerde matematiğe karşı daha olumlu bir tutum oluşturacağını düşünüyor musunuz? Neden?” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile katılımcıların görüşlerine göre juggling uygulamasının

öğrenciler üzerinde tutum geliştirmeye katkısı olup olmadığının anlaşılması hedeflenmiştir. Katılımcıların yanıtlarından yola çıkılarak frekans tablosu verilmiştir.

Tablo 4.3. Juggling uygulamasının öğrencilerde matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme durumu

Alt Tema	Kodlar	Frekans
Olumlu Tutum Geliştirebilir	İlgi çekici bir etkinlik olması	5
	Günlük hayat örneği olması	4
	Matematiksel bağlama uygunluk	2
	Merak uyandırması	1
	Yeni bir kavram olması	1
	Fiziki bir uygulamasının olması	1

Bu soruda elde edilen bulgulara göre katılımcıların büyük çoğunluğu juggling uygulamasının öğrencilerde matematiğe karşı daha olumlu bir tutum oluşturacağını düşünmüşlerdir. Nedenleri olarak günlük hayat örneği olması 4 kişinin belirttiği bir durumdur. “*Onun bir günlük yaşam uygulamasını gördükleri için olumlu tutum şöyle öğrenciler matematiğin gündelik hayattaki yerini görmeyi bekliyorlar açıkçası. (K₁)*” , “*Gündelik hayattaki bir uygulamasını deneyimlemiş olacaklar. (K₂)*”, “*Düşünüyorum. Yine az önce dediğim gibi matematiğin günlük uygulamasında kullanılan bir örneği, aslında çok belirgin olmayan bir örneği ele alıyor. (K₄)*” gibi görüşler bu soru için alınan yorumların birkaçıdır.

Matematiksel bağlama uygun olduğu için matematiğe karşı daha olumlu tutum geliştireceğini düşünen katılımcılar da bulunmaktadır. Bu görüşler şu şekildedir: “*...matematiksel bağlamda ilişki kurulması öğrencilerde ilgi uyandıracaktır. (K₃)*”, “*Daha olumlu tutum. Bu da 2. soruya bağlı olarak bağlam sebepli, teknoloji sebepli ve hareketli bir uygulama olduğu için olumlu bir tutum oluşturur matematiğe karşı. (K₁₀)*”

Etkinliklerin ilgi çekici olmasından dolayı öğrencilerin olumlu tutum geliştireceğini düşünen katılımcıların görüşlerinin birkaçı şu şekildedir: “*Bu noktada eğer öğrencinin ilgisini çekiyorsanız, eğer bu noktada onun ilgisini çeken, eğlendiren bir şey yakalıyorsanız matematiğe karşı olumlu tutum da doğru orantılı olarak geliştirebilir. (K₅)*”, “*Yani öğrencilerin ilgisini çekecek diye düşünüyorum olumlu bir tutum öğrenciler geliştirir. (K₁₅)*”

Bunların dışında merak uyandırması, yeni bir kavram olması ve fiziki bir uygulamaya sahip olmasından ötürü öğrencilerin olumlu tutum oluşturmalarına katkı sağlayabileceğini belirten katılımcılar vardır. “*Oluşturabilir. Yeni bir kavram olduğu için. Yeni duyulan bir şeye de ilgi olur. (K₁₁)*”, “*...fiziki bir uygulama olduğundan ilgisini çekebilir. (K₁₂)*”

Ayrıca olumlu tutum oluşturacağını düşünmeyen bir katılımcı bulunmaktadır: “*Tek bir örnek üzerinden olumlu tutum oluşacağını çok düşünmüyorum. (K₆)*”

4. Dördüncü Soruya İlişkin Bulgular ve Yorumlar:

Araştırma kapsamında katılımcılara “Juggling konusuna matematiğin gündelik hayattaki uygulaması olarak derslerinizde yer vermek ister misiniz? Nedenlerini açıklayınız?” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile katılımcıların juggling konusunun matematik dersi içerisinde yer bulup bulamayacağı hakkındaki görüşlerinin alınması hedeflenmiştir. Katılımcıların yanıtlarından yola çıkılarak frekans tablosu verilmiştir.

Tablo 4.4. Juggling matematiğinin matematik dersi içerisinde kullanılabilirliği durumu

Alt Tema	Kodlar	Frekans
Kullanılabilirlik	İlgi çekici ve merak uyandıran bir etkinlik olması	6
	Günlük hayat ile ilişkilendirme	4
	Matematiksel modelleme ve temsil yapılması	3
	Farklı bakış açısı	3
	kazandırabilmesi	1
	Müfredatı uygunluk	

14 katılımcı juggling matematiğinin derslerde kullanılabilir olduğunu belirtip nedenleri olarak günlük hayat ile ilişkili olması, matematiksel modelleme yapılması, ilgi çekici olması, müfredat kazanımlarına uygun olması, farklı bakış açılarını öğrencilere kazandırabilmesi nedenlerini saymışlardır. 1 katılımcı derslerde kullanmaya uygun bulmamıştır. Bu görüşlerden birkaçını aşağıda belirtelim:

“*Derslerimde yer vermek isterim. Diziler müfredatına uygun buluyorum. (K₂)*”

“Ben derslerimde yer vermek isterdim. Çünkü diziler konusunda günlük hayatta hep belirli örnekler üzerinden gidiyoruz. Bu yüzden de aslında hem farklı bir konu olması nedeniyle hem de simülasyonlarla veya biri gelip gösterdiğinde de üç boyutlu bir şekilde görebilmeleri nedeniyle örnekleri de çeşitlendirmiş oluyoruz. Bu yüzden de farklı bir bakış açısı kazandırmak için bence gerçekten de yer verilmesi gerekiyor. (K₄)”

“Jonglörlük bunların çoğunu kapsadığı için, bunun grafiği çizildiği için, diyagramı verildiği için, sembol olarak $(3 + 3 + 3) / 3$ diye verip top sayısını bulduğun için, birçok konuyla ilişkili olduğu için yer vermek isterim ve bence sıradan bir günlük hayat konusu değil. Dikkat çekici bir günlük hayat konusu. (K₁₀)”

5. Beşinci Soruya İlişkin Bulgular ve Yorumlar:

Araştırma kapsamında katılımcılara “Bu konunun diziler alt öğrenme alanında ders planında kullanılabilir olduğunu düşünüyor musunuz? Cevabınız hayır ise nedenini açıklayabilir misiniz?” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile katılımcıların juggling konusunun matematik dersi içerisinde diziler alt öğrenme alanı dahilinde olup olmadığı hakkındaki görüşlerinin alınması hedeflenmiştir. Katılımcıların yanıtlarından yola çıkılarak frekans tablosu verilmiştir.

Tablo 4.5. Juggling matematiğinin diziler alt öğrenme alanında ders planına uygunluk durumu

Alt Tema	Kodlar	Frekans
Uygunluk	Farklı bir örnek oluşturma	4
	Kazanım ve bağlam ile ilişkisi	4
	Günlük yaşam ilişkisi	2
	Simülasyondan faydalanma	2
	Keşif duygusu güçlendirme	1

Katılımcıların tamamı juggling matematiğinin diziler alt öğrenme alanı içerisinde kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Nedenleri olarak farklı bir örnek oluşturduğu ve kazanım ve bağlam ile ilişkili olduğu için kullanılabilir olduğunu belirten görüşler frekans olarak en yüksek görüşlerdir. Örnek verilirse: “Böyle bir ilişkilendirme yapıp kazanım ile de ilişkili sonuçta bir durum anlatılıp animasyon izletilip ona uygun olarak bir bağlam üzerinden etkinlik uygulaması yapılabilir. (K₁)”, “Bildiğimiz aritmetik, geometrik dizi var, Fibonacci

dizileri var. Onların dışında farklı bir dizi olarak da öğrencilere tanıtılabilir. (K₁₄)”,
“Diziler öğrenme alanında ders planında kullanılabilir. Diziler ile birebir ilişkili bir
döngüsü var. (K₁₀)”

Diziler alt öğrenme alanı içerisinde kullanılabilmesine yönelik gelen yorumların nedenleri olarak günlük yaşam ile ilişkisi, simülasyon kullanımı ve keşif duygusunu güçlendirmesi sayılabilir. Gelen görüşlerden kesitler sunarsak: “Ders planında kullanılabilir neden kullanılmasın. Dolayısıyla günlük yaşam ilişkilendirmesi yapılıyor. (K₁)”,
“Kullanılabilir olduğunu düşünüyorum açıkçası. Bunun en büyük nedenlerinden birisi de simülasyonların var olması. (K₅)”

Bir katılımcı da juggling matematiğinin diziler alt öğrenme alanında kullanılabilir olduğunu fakat ortaöğretim matematik müfredatının çok yoğun olmasından dolayı juggling etkinliğine zaman ayıramayabileceğinden söz etmiştir: “...müfredat çok yoğun olduğu için nereye sıkıştırırlar ne yaparlar ama uygulama kısmında en azından, güncel, matematik nerede uygulanıyor, o kısım en azından bir başlık yapılırsa kullanılabilir. (K₁₂)”

6. Altıncı Soruya İlişkin Bulgular ve Yorumlar:

Araştırma kapsamında katılımcılara “Öğrencilerin juggling matematiğini algılamada zorluk yaşayabileceklerini düşündüğünüz yerler var mıdır? Varsa açıklar mısınız?” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile katılımcıların öğrenciler tarafından juggling matematiğini algılamada zorluk yaşayabileceklerini düşündükleri yerleri belirlemek ve bu durumların oluşmaması için öneriler almak hedeflenmiştir. Katılımcıların yanıtlarından yola çıkılarak frekans tablosu verilmiştir.

Tablo 4.6. Juggling matematiğinin algılanmasında yaşanabilecek zorluk alanları

Alt Tema	Kodlar	Frekans
Zorluk durumları	Hareket takibi zorluğu	4
	İlişkilendirme zorluğu	3
	Süre yetersizliğinden yaşanan zorluk	2
	Fiziksel olarak denemede yaşanan zorluk	1

Katılımcılardan konunun müfredata uygun olduğunu ve zorluk yaşanmayacağını düşünenler bulunmaktadır. “Zorluk çekeceklerini düşünmüyorum. (K₂)”, “Zorluk çekmez çünkü biz soyut şeyleri bile öğretmeye çalışıyoruz.(K₁₂)”

Bunun dışında topların hareket takibinin zor olması yönünden öğrencilerin zorluk çekebileceği belirtilmiştir. Bu durumda gelen öneriler de simülasyon programlarının yavaşlatılması ve renkli topların kullanılması ile yaşanan zorluğun giderilebileceği şeklinde olmuştur. “Zorluk yaşatır ama iyi bir zorluktur bu. Ve sana eğer benden bir çözüm önerisi istiyorsan çözüm önerisi; o yavaş GIF’i farklı renk toplarla, dediğim gibi 3 top ile başlayıp yavaş yavaş arttırarak ilerletmektir. İnan ki o sırada da çocuk dizileri öğreniyor aslında. Boş zaman değil o yani.(K₁₀)”

Konunun diziler konusuyla ilişkilendirilmesinin öğrenciler tarafından zor olacağına yönelik görüşler de alınmıştır. “Zorluk yaşayabilirler. Diziler konusu kolay bir konu değil. Hem ilişkilendirme açısından hem de hareketleri anlayıp dizi ile ilişkilendirme çok da kolay değil aslında. (K₁)”

Sürenin az olmasından dolayı öğrencilerin juggling matematiğini algılamada zorluk yaşayabilecekleri belirtilip eğer daha fazla süre etkinlik için ayrılabilirse bu sorunun ortadan kalkacağı gelen yorumlar arasındadır. “Yeterince zaman verildiğinde o etkinliklerden alabileceğimiz sonuç da her zaman daha iyiye taşınıyor. (K₈)”

Öğrencilerin juggling yapmayı denerken zorlanacakları da gelen görüşler arasındadır. “Yani bunun matematiğinde değil de kendileri fiziki olarak elle bunu yapmakta zorluk çekebilirler. Ama bir müddet sonra onun da kolaylaşacağını düşünüyorum. (K₁₄)”

7. Yedinci Soruya İlişkin Bulgular ve Yorumlar:

Araştırma kapsamında katılımcılara “Juggling simülasyon programlarını kullanarak öğrenciler ile birlikte yapılabilecek etkinliklerin artılarını ve eksilerini belirtir misiniz?” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile juggling simülasyon programları ile yapılan etkinliklerin olumlu ve olumsuz yönlerinin, artıları ve eksilerinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Katılımcıların görüşlerine göre artıları ve eksileri beraber ele almak etkinliğin daha verimli kullanılmasını sağlayabilir. Katılımcıların yanıtlarından yola çıkılarak frekans tablosu verilmiştir.

Tablo 4.7. Juggling simülasyon programları etkinliklerinin avantajları ve dezavantajları

Alt Tema	Kodlar	Frekans
Avantajları	Günlük yaşam ilişkilendirmesi	4
	Olumlu tutum geliştirme	4
	Simülasyonların özellikleri	3
	Somutlaştırma	1
	Örtük hedefler	1
Dezavantajları	Dersin oyun gibi görülmesi	2
	Yapamayan öğrencilerin motivasyon kaybı	2
	Okulların sistem yeterliliği	1

Juggling etkinliklerinin artıları olarak en çok belirtilen görüşler etkinliğin ve jugglingdeki matematiğin günlük hayat ile ilişkili olması ve öğrencilerde olumlu tutum geliştirme özellikleridir. Bu görüşlerden bir kısmı aktarılmıştır: “*Artıları olarak bir kere günlük yaşam ilişkilendirmesi yapılıyor, o güzel. (K₁)*”, “*...artılar için günlük hayatla ilişkili olması, öğrencilerin ilgi tutumunu olumlu yönde arttıracak olması...(K₅)*”

Artıları olarak simülasyon programlarının hızlandırma ve yavaşlatma özellikleriyle konunun kavranmasının kolaylaştığı, top takibinin daha rahat yapılabildiği ve hareketlerin daha rahat algılanabildiği belirtilmiştir. “*Simülasyonlarda hızların artırılıp azaltılması yeri geldiğinde durdurulması, topu takip edemediklerinde başa sarılması gibi artıları var. (K₄)*”, “*Simülasyonlarda istediğim döngüyü oluşturabilmesi, neyi oluşturmayacağımı görmem ve bunun yanında da yavaşlatma işi bence artıları.(K₁₀)*”

Artılar olarak bir başka görüşler ise simülasyon programlarının görselliğinden kaynaklı somutlaştırmayı sağladığı ve öğrenciler üzerinde jugglingin bir hobi olarak gelişebileceği gibi örtük hedeflerin de gerçekleştirilebileceği yönünde olmuştur. “*Örtük anlamda da aslında uzak hedef olarak öğrencinin yaşam içinde de mutlu olmasını sağlamak, verimli olmasını sağlamak, hani belki bu onun ilgisini çekip böyle bir spora yönelebilir. Bu açıdan da ona katkı sağlayabilir.(K₅)*”, “*YouTube’den izleyerek veya simülasyon programlarını kullanarak daha somut bir şey görüyorlar. Daha soyut olan bir matematiği bir tık somutlaştırılmış oluyorlar. (K₉)*”

Eksiler olarak ise katılımcılardan gelen görüşler juggling etkinliğinin bir oyun gibi görülebileceğinden dolayı amacından uzaklaşabilmesi ve bu durumda sınıf kontrolünün zor olabilmesi, etkinliği yapamayan öğrencilerde motivasyon kaybı ve moral bozukluğu

olabilmesi ve ayrıca juggling simülasyon programlarını göstermemizi sağlayan teknolojik yapının okullarda bulunamaması durumu olmuştur. “Eksisi olarak zorluk yaşayan öğrenciler için konudan uzaklaşmalarına neden olabilir.(K₁)”, “Eksileri olarak sadece bu simülasyonlar için okullarda teknolojik olarak ek bir program gerekli mi, okullar tarafından sağlanabilir mi bu konuda eksisi olabilir belki ama onun dışında yararlı olacaktır.(K₄)”, “Olumsuz olarak da biz yapamadığımızda çocuk da yapmaya çalışacak yapamayacaktır ve üzüntüye kapılır. (K₁₃)”

8. Sekizinci Soruya İlişkin Bulgular ve Yorumlar:

Araştırma kapsamında katılımcılara “Juggling dizileri ile bir etkinliği uygulayabileceğinizi düşündüğünüz başka bir öğrenme alanı varsa açıklar mısınız?” sorusu yöneltilmiştir. Bu soru ile juggling dizilerinin ortaöğretim matematik müfredatı diziler alt öğrenme alanı haricinde başka bir alanda kullanılıp kullanılmayacağı araştırılmıştır. Katılımcıların yanıtlarından yola çıkılarak frekans tablosu verilmiştir.

Tablo 4.8. Juggling dizileri etkinliklerinin kullanılabilir olduğu diziler haricindeki alanlar

Alt Tema	Frekans
İlköğretim Sayı Örüntüleri	4
Fizik	3
Beden Eğitimi	3
Rehberlik	1

Bu soru için kararsız kalan katılımcılar bulunmaktadır. Fakat en çok gelen görüşlerden biri ilköğretim düzeyinde sayı örüntüleri konusunda kullanılabilir olduğu yönünde olmuştur. “Ortaokulda sayı örüntüleri ile belki ilişkilendirme yapılabilir.(K₁)”, “Ayrıca örüntü olarak takip edildiğinde geçişler daha basitleştirilirse ilköğretimde de uygulanabilir diye düşünüyorum. (K₄)”

Fizik ve beden eğitimi derslerinde kullanılabilir olduğu önerileri frekansı yüksek olan önerilerdendir. “Fizikte de kullanılabilir. (K₃)”, “Belki fizikte olabilir. Orada da dalgalar konusu vardı. (K₄)”, “...belki işin içerisine fizik de girebilir, öyle düşünülebilir. Belki bütünleşik yaklaşılabilir. (K₈)”, “Tabii ki beden eğitiminde kullanılabilir. (K₁₀)”

Rehberlik dersinde kullanılabileceğini belirten bir katılımcı da olmuştur. “*Bunun dışında belki rehberlik derslerinde kullanılabilir. Stresle baş etmede etkiliyse kullanılabilir böyle bir etkinlik. (K5)*”

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu bölümde ilk olarak araştırmada elde edilen sonuçlara yer verilmiştir. Sonrasında araştırmanın sonuçları, ilgili alanyazına dayalı olarak tartışılmış ve sonuçlara ilişkin önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Sonuç

Araştırmada elde edilen bulgulara göre katılımcıların büyük çoğunluğu juggling matematiğinin derslerde kullanılmasını uygun görmüşlerdir. Etkinliklerin öğrencilerin ilgilerini çekeceğini ve derse ilginin artacağını düşündüklerini belirtip juggling matematiğinin de diziler konusunda kullanılmasının hem ilgi çekici olacağını hem de matematiğin günlük yaşamdaki yerine iyi bir örnek olacağını düşündüklerini belirtmişlerdir. Diziler konusunun genelde aritmetik, geometrik ve Fibonacci dizisi örnekleriyle sınırlı olduğunu ve juggling dizileri gibi farklı bir örnek getirmenin derse olumlu yönde katkısı olacağını belirtmişlerdir. Teknolojiyle iç içe, öğrencilerin aktif katılımının sağlanacağı bir etkinlik ve ilgi çekici olan bir konuyla öğrencilerin derse seyerek katılacaklarını düşündüklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin her zaman sorduğu matematik günlük hayatta nerede karşımıza çıkıyor sorusuna güzel bir örnek olduğunu söylemişlerdir.

8 adet görüşme sorularından elde edilen bulgulara göre katılımcıların 13'ünün juggling matematiği hakkında bir bilgisinin olmadığı görülmektedir. Literatür taraması yapıldığında konunun matematiksel boyutuyla ilgili ülkemizde yapılmış bir çalışma bulunmamaktadır. Katılımcıların tamamının juggling matematiğinin öğrencilerin ilgisini çekeceğini düşündüğü sonucuna varılmıştır. Juggling matematiğinin ilgi çekici olmasının nedenleri arasında ise günlük hayat örneği olması, matematik ile ilişkilendirilmesi, somut bir örnek olması, teknolojiyle ilişkili olması, hareketli bir etkinlik olması ve bağlama uygunluk gibi nedenler belirtilmiştir. 14 katılımcı juggling uygulamasının öğrencilerde matematiğe karşı daha olumlu bir tutum oluşturacağını düşünmüşlerdir. Olumlu tutum oluşturabilmesini düşünmelerinin nedenleri arasında da ilgi çekici bir etkinlik olması günlük hayat örneği

olması, matematiksel bağlama uygun olması, merak uyandırması, yeni bir kavram olması, fiziki bir uygulamasının olması bulunmaktadır. 14 katılımcı juggling matematiğinin derslerde kullanılabilir olduğunu belirtip nedenleri olarak günlük hayat ile ilişkili olması, matematiksel modelleme yapılması, ilgi çekici olması, müfredat kazanımlarına uygun olması, farklı bakış açılarını öğrencilere kazandırabilmesi nedenlerini saymışlardır. Katılımcıların tamamı juggling matematiğinin diziler alt öğrenme alanı içerisinde kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Nedenleri olarak farklı bir örnek oluşturduğu, kazanım ve bağlam ile ilişkili olduğu, günlük hayat ile ilişki kurduğu, simülasyon kullanımı ile etkinlik yapılabildiği ve keşif duygusunu güçlendirdiği için kullanılabilir olduğunu belirtmişlerdir. Juggling matematiğini algılamada öğrencilerin yaşayabileceği zorluklar için de katılımcılardan alınan görüşlere göre hareket takibi zorluğu, ilişkilendirme zorluğu, süre yetersizliğinden yaşanan zorluk ve fiziksel olarak denemede yaşanan zorluk durumları belirtilmiştir. Öneri kısmında sunulan, ekte yer alan juggling etkinliğine gelen yorumlar doğrultusunda etkinliklerin artıları olarak günlük yaşam ilişkilendirmesi, olumlu tutum geliştirmesi, simülasyonların yavaşlatma, hızlandırma gibi özelliklerinin algılamayı kolaylaştırıcı yapısı, matematik dersinin somutlaştırılmasına yardımcı olması ve öğrencilerde oluşabilecek örtük öğrenmeler belirtilmiştir. Eksiler olarak ise katılımcılardan gelen görüşler juggling etkinliğinin bir oyun gibi görülebileceğinden dolayı amacından uzaklaşabilmesi ve bu durumda sınıf kontrolünün zor olabilmesi, etkinliği yapamayan öğrencilerde motivasyon kaybı ve moral bozukluğu olabilmesi ve ayrıca juggling simülasyon programlarını göstermemizi sağlayan teknolojik yapının okullarda bulunamaması durumu olmuştur. Juggling dizilerinin kendisine yer bulabileceği başka alanlara dair gelen görüşler ise sayı örüntüleri, fizik dersleri, beden eğitimi dersleri ve rehberlik derslerinde kullanılabilmesi yönünde olmuştur.

Günümüzde matematiğin de geldiği noktaya bakarsak öğrenci merkezli yöntemler kullanıldığında öğrenciler daha kalıcı öğrenebilmekte ve soyut olan matematiği somutlaştırabilmektedirler (Duman, Karakaya & Çakmak, 2001). Öğretmenler de her konuyla ilgili uygulayabilecekleri etkinlikleri rahat bulamamaktalar. Diziler konusu da görüş alınan öğretim üyelerine göre kendi içinde kısır döngüye girmiş bir konu olduğundan öğretmenlere kullanabilecekleri diziler konusuna farklı bakış açısı katan bir etkinlik önerisinde bulunulmuştur. Akademisyenler de konunun uygun ve ilgi çekici, derslerde kullanılmasının olumlu olacağı yönünde görüşlerini belirtmişlerdir. Ayrıca juggling dizileri

ile literatürde ülkemizde yapılmış bir çalışma bulunmadığından bu tez çalışması ile juggling matematiği ile ilgili Türkçe bir kaynak çıkarılmış olacaktır.

5.2. Tartışma ve Öneriler

Bu kısımda araştırmanın sonuçları, ilgili alanyazına dayalı olarak tartışılmış ve önerilerde bulunulmuştur.

Selahattin Işık'ın çalışmasına göre Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımıyla yapılan öğretimin öğrenci başarısına etkisini incelemek için deney ve kontrol gruplarına başarı testi ön ve son test olarak uygulanmıştır. Deney ve kontrol gruplarının her ikisine de uygulanan son başarı testi verilerinin analizi sonucunda ise, gerçekçi matematik eğitiminin uygulandığı deney grubu ile mevcut öğretim yaklaşımının uygulandığı kontrol grubunun son başarı testi puanları arasında deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu görülmüştür (Işık, 2019). Bu tez çalışmasında alınan görüşlerden elde edilen sonuçlara göre de etkinlik ile ve de günlük hayat ile ilişki kurarak matematik öğretiminin öğrenciler için olumlu olacağı sonucu çıkmıştır. 5 katılımcı sadece günlük hayattan bir örnek olduğu için bile juggling etkinliklerin öğrenciler için ilgi çekeceğini düşündüğünü belirtmişlerdir. 4 katılımcı bu sebepten olumlu tutum oluşturabileceğini belirtmiştir. 10 katılımcı da ilgi çekici, merak uyandırıcı ve günlük hayattan bir örnek olduğu için derslerde kullanımını uygun bulmuştur.

Dereli'nin (2015) "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Diziler ve Seriler Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının Tespit Edilmesi" adlı tez çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının diziler ve seriler konularındaki hata ve kavram yanılgılarını tespit etmek amaçlanmıştır. Bu çalışmaya Türkiye'nin Doğusundaki bir Üniversite'nin, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda öğrenim gören 97 öğrenci dâhil edilmiştir. Çalışmaya alınan öğrencilere beş adet açık uçlu soru sorulmuştur. Araştırmanın sonucunda, bazı sorularda fazla oranda kavram yanılgısına düştükleri ortaya çıkmıştır (Dereli, 2015). Bu araştırmadan da görüldüğü üzere öğretmen adaylarının bile diziler ve seriler konusunda hata ve kavram yanılgılarına düştükleri görülmektedir. Bu tez çalışmasında ise öğretim üyelerinin görüşlerine göre uygulanacak etkinliklerde öğretmenlerin iyi bir rehber olması gerektiği vurgulanmıştır. Diziler konusuna farklı bir örnek getirmek, jugglingdeki matematiği tanıtmak diziler konusuna bakış açısını geliştirebilir.

Anıl (2007) tez çalışmasında “Mutlak Değer Konusundaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Giderilmesi” üzerine çalışmıştır. 10. sınıf öğrencilerinin mutlak değer ile ilgili kavram yanılgıları belirlendikten sonra; mutlak değer konusu, deney grubu öğrencilerine etkinlik yöntemi ile kontrol grubu öğrencilerine ise geleneksel yöntem ile işlenmiştir. Deney grubu sürecinde 15 farklı etkinlikten yararlanılmıştır. Eğitimlerden sonra test sonuçları incelendiğinde, etkinlik yöntemine göre dersin işlendiği deney grubu öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin son test ve akılda tutma testi puanları arasında deney grubu öğrencileri lehine anlamlı farklılık olduğu belirlenmiştir. Bilgiyi oluşturma sürecinde öğrenciyi aktif kılan, öğrenme sürecinin kavramsal problemler ve etkinlikler çerçevesinde organize edildiği etkinlik yönteminin mutlak değer konusunun öğrenilmesinde ve akılda kalmasında geleneksel yöntemle göre daha etkili olduğu görülmüştür (Anıl, 2007). Anıl’ın (2007) tez çalışmasında etkinlik ile öğretimin daha faydalı olduğu görülmüştür. Yapılan bu tez çalışmasında juggling etkinliklerinin öğretimde somutlaştırma sağlayacağı, öğrencilerin ilgilerini çekeceği, günlük hayattan farklı bir örneğin derslerde kullanılmasının merak uyandıracacağı ve juggling etkinliğinin teknoloji ile iç içe yapısının öğrencilerde matematiğe karşı daha olumlu tutum oluşturabileceği görüşleri öğretim üyelerinden alınmıştır. Geleneksel öğretim yapısına karşı derse aktif katılımlı bir etkinliğin dahil edilmesi öğretim üyelerinin de uygun, faydalı ve olumlu gördükleri bir durum olmuştur.

Çiltaş ve Işık’ın (2012) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Analiz III dersindeki başarılarını matematiksel modelleme ve geleneksel yöntem yaklaşımları açısından incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla 75 tane ilköğretim matematik öğretmeni adayına açık uçlu 15 sorudan oluşan dizi ve seriler bilgi testi uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda, deney grubuna uygulanan matematiksel modelleme yönteminin öğretmen adaylarının akademik başarısı açısından olumlu etkisinin olduğu görülmüştür. Başarıya olumlu yönde etkisinin üzerine matematiksel modelleme yönteminin eğitim-öğretim kurumlarında uygun kavramların öğretiminde dikkate alınmasının ve kullanılmasının faydalı olacağı sonucuna varılmıştır (Çiltaş & Işık, 2012). Yapılan bu tez çalışmasında ise diziler konusunun günlük hayat örneği olan juggling matematiksel modellemesine yer verilmiştir. Öğretim üyelerinden alınan görüşler de diziler konusu dahilinde juggling etkinliklerinin bir matematiksel modelleme olarak derslerde kullanımının öğrenciler için faydalı olacağı yorumu yapılmıştır. Geleneksel yöntemlerin aksine matematiksel modelleme ve etkinlik kullanımının öğretimde olumlu sonuçlar doğuracağı

öğretim üyelerinin düşüncelerinde belirttikleri durumlardır. Ayrıca diziler ve seriler konusu üniversitede analiz dersi içerisinde de yer aldığında öğretim üyeleri konu hakkında uzman olup öğretim üyelerinden konu üzerine görüş almak yeterli ve güvenilirdir.

Yapılan bir başka çalışmada ise okul kitaplarından diziler ve seriler konusunun öğretilmesinin öğrencilerde problem çözebilme becerisini geliştirmeye yetmediği görülmektedir. Bu amaçla teorik öğretim etkinliklerle desteklenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştiği gözlenmiştir (Amsari v.d., 2022). Yapılan bu tez çalışmasında da diziler öğretiminde teorik bilgi ve ders kitaplarının yanı sıra dersin içerisine günlük hayattan etkinlik temelli bir dizi örneği katmanın olumlu olup olmayacağı üzerine görüş alınması hedeflenmiş olup öğretim üyelerinden alınan görüşler doğrultusunda da derslerde öğrencilerin ilgilerini çekebilecek farklı bir örneği etkinlik ve matematiksel modelleme yolu ile sunmanın olumlu olacağı görüşleri gelmiştir. Gerekirse derste juggling etkinliğine ayrılan vaktin uzatılabileceği önerilmiştir. Etkinlik yoluyla öğretimin öğrenciler için olumlu olacağı, matematiğe karşı daha olumlu tutum oluşturabileceği, öğrencilerin juggling etkinliği sayesinde örtük olarak da zihinsel gelişimlerinin sağlanabileceği, hobi edinebilecekleri görüşleri belirtilmiştir.

5E modelindeki etkinlik üzerine yapılan bir çalışma olan Başer'in (2008) hazırladığı "5E Modeline Uygun Öğretim Etkinliklerinin 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersindeki Akademik Başarılarına Etkisi" adlı tezin amacı, ilköğretim 7. sınıf matematik dersi, çember, daire ve silindir konularının öğretiminde yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E Modeline yönelik öğretim etkinlikleri uygulamanın, geleneksel öğretim yöntemlerine kıyasla öğrencilerin akademik başarıları üzerine olan etkisini karşılaştırmaktır. Bu tezin sonuçlarına göre yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E Modeline yönelik etkinliklerle öğrenen öğrencilerin, geleneksel yöntemlerle öğrenim gören öğrencilerden daha başarılı olduklarını göstermiştir (Başer, 2008). Bu tez çalışmasındaki juggling etkinliği için önerilen etkinlik planı 5E modeline göre tasarlanmış olup görüşleri alınan öğretim üyelerinden olumlu yorumlar almıştır. Kullanılan simülasyon programları ve öğrencinin aktif olarak yer alabildiği 5E modeline göre tasarlanan etkinlik planına göre işlenen bir dersin öğrenciler için matematiğe karşı daha olumlu tutum geliştirebilmesi, etkinlikten keyif alabilmesi ve ilgi çekici olması öğrencilerin matematikteki başarısına olumlu yönde yansiyacaktır sonucu Başer'in çalışmasıyla örtüşmektedir.

Iswara, Darhim ve Juandi'nin çalışmasında Endonezya eğitim sisteminin Covid19 nedeniyle online eğitime dönmesi ile birlikte diziler ve seriler konusunun online programlar vasıtasıyla öğretilmesinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerisi üzerine etkisini analiz etmek amaçlanmıştır. Yapılan araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel düşünme becerisi orta düzey çıkmıştır (Iswara v.d., 2021). Yapılan çalışmaya göre öğretim üyeleri öğrencilerin teknolojiyle çok ilgili olduklarını ve teknoloji temelli etkinliklerin öğrencilerde motivasyon arttırabileceğini belirtmişlerdir. Iswara'nın çalışmasının aksine ülkemizde teknoloji tabanlı öğretim olumlu sonuçlar doğurabilir. Z kuşağı öğrencilerinin bilgisayar ve tabletle öğretimden keyif alacağı, ilgilerini çekeceği, merak uyandıracığı, olumlu sonuçlar doğurabileceği öğretim üyelerinin belirttikleri noktalaradır.

Yapılan bir başka çalışmanın amacı ise aritmetik dizi ve seriler ile ilgili problemlerin öğretimde Android tabanlı öğretim materyali tasarlamaktır. 11. ve 12. sınıf öğrencileri üzerinde araştırma yapılmıştır. Araştırmada kullanılan yöntemler anket ve gözlemdir. Sonuç olarak da uygulanan Android tabanlı öğretim materyalinin aritmetik diziler ve seriler için uygun olduğu görülmüştür. Gözlemlerden ve sorulardan elde edilen sonuçlara göre ise Android tabanlı hazırlanan öğretim materyalinin ilgi çekici, kullanımı kolay, anlamayı kolaylaştırıcı, öğrenme için isteği arttıran ve öğrencilerin konuyu anlamasına yardım edici bir etkisi olduğu görülmüştür (Sari v.d., 2020). Sari'nin çalışmasında teknoloji tabanlı etkinlik önerisi sunulmuş olup yapılan bu çalışmadan da elde edilen sonuçlar ile bu tez çalışmasının sonuçları örtüşmektedir. Teknoloji tabanlı öğretim materyallerinin ilgi çekici, konuyu anlamayı kolaylaştırıcı, güdülemeyi sağlayıcı özellikleri olduğu Sari'nin çalışmasında da görülmüştür. Bu tez çalışmasında da öğretim üyelerinden alınan yorumlar konunun ilgi çekici olacağı, derse ilginin artacağı, öğrencilerin teknolojiyle öğretimden keyif alacağı yönünde olmuştur.

Özkale'nin çalışmasında teknoloji destekli matematik eğitiminde farklı program ve uygulamaların etkilerinin genişletilmesi perspektifinde lisans/önlisans düzeyinde ele alınan Kalkülüs dersleri için örnek etkinlikler ele alınmaktadır. Çalışmada Kalkülüs dersleri için hazırlanacak GeoGebra etkinliklerinde öğreticilere yol göstermesi açısından enstrümantal orkestrasyon boyutlarına ışık tutan tartışmalar sunmak amaçlanmaktadır. Çalışmada Kalkülüs eğitimi için GeoGebra programından nasıl yararlanılacağı ve etkinliklerin enstrümantal orkestrasyon türleri ile nasıl zenginleştirilebileceği üzerinde durulmaktadır. Uygulamalı ve mesleğe dönük yönü itibarıyla Kalkülüs derslerinde kullanılabilecek matematiksel simülasyonlarla ders süreçlerinin zenginleştirilebileceği ve öğrenenlerin

kavramsal gelişimlerinin beslenebileceği, bu deneyimin gerçek hayat becerilerine yansıtılabileceği düşünülmektedir (Özkale, 2021). Yapılan bu çalışmada ise diziler konusunda matematiksel simülasyonlar ile ders süreçleri zenginleştirilebileceği gibi gerçek hayattan bir örnek sunulmuştur. Özkale'nin önerisinin farklı bir uyarlaması bu çalışmanın sonuçlarından biridir.

Hazırlanan ve görüş alınan etkinlik planına ek olarak öğretmenlere derslerde uygulayabilecekleri, etkinliğe geçişi kolaylaştırabilecek bir ders planı da tezde alınan görüşlere dayanarak öneri kapsamında ekte verilmiştir. Hazırlanan ders planı etkinliğe bir geçiş niteliği taşıyacak olup öğretmenlere matematiksel boyutta juggling matematiğine ne kadar değinebileceklerine yönelik bir fikir verebilir.

6. KAYNAKLAR

- Akbaş, O., Taş, İ. D., & Duman, S. N. (2019). Öğretmen adaylarının juggle öğrenme deneyimi sırasındaki epistemolojik inançları ve öz düzenlemeli öğrenme algıları. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(27), 147-164.
- Akgün, L. & Deniz, D. (2014). Ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel modelleme yönteminin sınıf içi uygulamalarına yönelik görüşleri. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4 (1), 103-116.
- Akkoyunlu, B. (1995). Bilgi teknolojisinin okullarda kullanımı ve öğretmenin rolü. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 105- 109.
- Al-Huneidi, A., & Schreurs, J. (2012). Constructivism based blended learning in higher education. *International Journal Of Emerging Technologies In Learning*, 7(1), 4-9.
- Alacacı, C., Baş, S., Çakıroğlu, E., Çetinkaya, B., Erbaş, A.K. & Kertil, M. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 14 (4), 1-21.
- Amsari, D., Arnawa, I. M., & Yerizon, Y. (2022). Development of a local instructional theory for the sequences and series concept based on contextual teaching and learning. *Linguistics and Culture Review*, 6, 434-449.
- Anıl, ř. (2007). Mutlak değer konusundaki kavram yanlışlarının belirlenmesi ve giderilmesi (*Master's thesis*, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü).
- Arıcı, Ö., Ozarkan, H.B., Özgürlük, B. & Taş, U.E. (2016). PISA 2015 Ulusal Raporu.
- Aydın, B. (2003). Bilgi toplumu oluşumunda bireylerin yetiştirilmesi ve matematik öğretimi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2).
- Ayyer, A., Bouttier, J., Corteel, S. & Nunzi, F. (2015). Multivariate juggling probabilities. *Electronic Journal of Probability*, 20 (5), 1-29.
- Ayyer, A. & Linusson, S. (2018). Reverse juggling processes. *Random Structures & Algorithms*, 53 (1), 1-17.

- Banaian, E. M. (2019). Generalized eulerian numbers and multiplex juggling sequences. *DigitalCommons@CSB/SJU*.
(https://digitalcommons.csbsju.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1023&context=honors_the_sis)
- Başer, E. (2008). 5E modeline uygun öğretim etkinliklerinin 7. Sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki akademik başarılarına etkisi. *Gazi Üniversitesi Yüksek Lisans Tezi*. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Bay, E. (2008). Öğretmen eğitiminde yapılandırmacı program uygulamalarının etkililiğinin değerlendirilmesi. *Yayınlanmamış doktora tezi*, Atatürk Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Erzurum.
- Beek, P. J. & Lewbel, A. (1995). The science of juggling. *Scientific American*, 273 (5), 92-97.
- Beek, J. P. & Lewbel, A. (1995). A notation for juggling trics. *Scientific American*, 74-79.
- Biber, A , Tuna, A . (2015). Matematik öğretmenlerinin 5e öğretim modeline yönelik görüşleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17 (1) , 175-196 . DOI: 10.17556/jef.02989
- Boz, N. (2008). Matematik neden zor? *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 2 (2), 52-65.
- Bozdoğan, A., & Altunçekiç, A. (2007). Fen bilgisi öğretmen adaylarının 5e öğretim modelinin kullanılabilirliği hakkındaki görüşleri. *Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Fakültesi*, 15(2), 579.
- Brooks, J.G. ve Brooks, M.G. (1993). In search of understanding: the case for constructivist classroom. *Alexandria VA: Association for Supervision and Curriculum Development*.
- Buhler, J., Eisenbud, D., Graham, R. & Wright, C. (1994). Juggling drops and descents. *American Mathematical Monthly*, 101 (6), 507-519.
- Bukova-güzel, E . (2008). The effect of constructivist learning approach on mathematics student teachers' mathematical thinking processes. *Education Sciences*, 3 (4) , 678-688.
- Butler, S. & Graham, R. (2010). Enumerating (multiplex) juggling sequences. *annals of combinatorics*, 13 (4), 413-424.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2014). Bilimsel Araştırma Yöntemleri (18. Baskı). *Pegem Akademi*.

- Chung, F. & Graham, R., (2008). Primitive juggling sequences. *The American Mathematical Monthly*, 115 (3), 185-194.
- Chung, F., Claesson, A., Dukes, M. & Graham, R. (2010). Descent polynomials for permutations with bounded drop size. *European Journal of Combinatorics*, 31 (7), 1853-1867.
- Çınar Orhan, Teyfur Emine, ve Teyfur Mehmet (2006). İlköğretim okulu öğretmen ve yöneticilerinin yapılandırmacı eğitim yaklaşımı ve programı hakkındaki görüşleri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 47-64.
- Çiltaş, A., & Işık, A. (2012). Matematiksel modelleme yönteminin akademik başarıya etkisi. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 1(2), 1-11.
- Dereli, A. B., (2015). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının diziler ve seriler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının tespit edilmesi. *İnönü Üniversitesi Yüksek Lisans Tezi*.
- Dessing, J. C., Rey, F. P. & Beek, P. J. (2012). Gaze fixation improves the stability of expert juggling. *Experimental Brain Research*, 216 (4), 635-644.
- Devadoss, S. L. & Mugno, J. (2007). Juggling braids and links, *The Mathematical Intelligencer*, 29 (3), 15-22.
- Doğanay, A. & Sarı, M. (2010, Mayıs). Düşünme dostu sınıf ölçeği (ddsö) geliştirme çalışması. *I. Ulusal Eğitim Programları ve Öğretim Kongresi*, Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi, Balıkesir, Türkiye.
- Driemeyer, J., Boyke, J., Gaser, C., Büchel, C. & May, A. (2008). Changes in gray matter induced by learning-revisited, *Plos One*, 3(7), e2669.
- Duman, T., Karakaya, N., Çakmak, M., Eray, M. & Özkan, M. (2001). Konu alanı ders kitabı inceleme kılavuzu matematik. *Ankara: Nobel yayın dağıtım*.
- Ehrenborg, R. & Readdy, M. (1996). Juggling and applications to q-analogues. *Algebraic Combinatorics in Discrete Mathematics*, 157, 107-125.
- Ehrenborg, R. (2003). Determinants involving q-stirling numbers. *Advances in Applied Mathematics*, 31, 630-642.
- Ergin, İ. Ünsal, Y. ve Tan, M. 5E modelinin öğrencilerin akademik başarısına ve tutum düzeylerine etkisi: "Yatay atış hareketi örneği". *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)* Cilt 7, Sayı 2, (2006), 1-15.

- Ergin, Ö. B. İ., & Başkanlığı, T. B. B. (2012). Fen eğitiminde 5E modeli ile ilgili yazılı kaynaklar dizini. *Journal of Research in Education and Teaching*, 1(1), 53-67.
- Fosnot, C. T. (2007) Oluşturmacılık: Teori, perspektifler ve uygulama. Çeviri Editörü: S. Durmuş. *Ankara: Nobel Yayın Dağıtım*.
- Güven, S. (2011). İtinayla jonglör yetiştirilir. *Hürriyet Gazetesi*. (<http://www.hurriyet.com.tr/kelebek/itinayla-jonglor-yetistirilir-18208284>)
- Gönen, S., ve Andaç, K. (2009). Gözden geçirme stratejisi ile desteklenmiş yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrencilerin basınç konusundaki erişilerine ve bilgilerinin kalıcılığına etkisi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 28-40.
- Hançer, A.H. (2006). Yapılandırmacı fen eğitimi yaklaşımının öğrencilerin öğrenmelerini geliştirmesi. *International Journal of Environmental and Science Education*,1(2),181-188.
- Iswara, E., Darhim, D., & Juandi, D. (2021). Students' Critical Thinking Skills in Solving on The Topic of Sequences and Series. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(3), 385-394.
- Işık, S. (2019). Diziler konusunun gerçekçi matematik eğitimi etkinlikleriyle öğretiminin öğrenci başarısına matematik tutumuna etkisi ve öğrenci görüşlerinin incelenmesi. *Doktora tezi*.
- Jonglör. (t.y.). 28 Ekim 2020 tarihinde <https://tr.wikipedia.org/wiki/Jongl%C3%B6r> adresinden erişildi.
- Kalvin, J. (2019). Optimal juggling. *Juggling Information Service*. (<http://www.juggling.org/papers/OJ/>)
- Karakeçili, V. (2019). Türkiye’de matematik eğitimi neden ilerlemiyor? <https://www.matematiksel.org/turkiyede-matematik-egitimi-neden-ilerlemiyor/> adresinden erişildi.
- Keser, Ömer Faruk. (2003). Fizik eğitimine yönelik bütünleştirici öğrenme ortamı ve tasarımı. *Yayımlanmamış Doktora Tezi*, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Knutson, A., Lam, T. & Speyer, D. E., (2013). Positroid varieties: Juggling and geometry. *Composito Mathematica*, 149 (10), 1710-1752.
- Leskelä, L. & Varpanen, H. (2012). Juggler's exclusion process. *Journal of Applied Probability*, 49 (1), 266-279.
- Magnusson, B. & Tiemann, B. (1989). The physics of juggling. *The Physics Teacher*, 27 (8), 584-588.

- Magnusson, B. & Tiemann, B. (1991). A notation for juggling trics. *Juggler's World*, 43 (2), 31-33.
- Moralı, S. & Uğurel, I. (2008). Matematik ve oyun etkileşimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3 (Cilt 28), 75-98.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi. *Ankara: Anı Yayıncılık*.
- Özkale, A. (2022). Kalkülüs derslerinde geogebra fonksiyonlarından nasıl yararlanılabilir?. *Teknik Bilimler Dergisi*, 12 (1), 62-68.
- Özmen, H. (2004). Fen öğretiminde öğrenme teorileri teknoloji destekli yapılandırmacı (constructivist) öğrenme. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 3(1). 100-111.
- Perkins David N. (1999), The many faces of constructivism. *Educational Leadership*, Novenber199:6-11.
- Polster, B. (2003). The mathematics of juggling. *New York: Springer Verlag*.
- Post, A. A., Daffertshofer, A. & Beek, P.J. (2000). Principal components in three-ball cascade juggling. *Biological Cybernetics*, 82 (2), 143-152.
- Ryan, J. (1998). Teacher devolopment and use of portfolio assesment strategies and impeet on instruction in mathematics, *Doctora Thesis*. Standford University.
- Sari, M. S., & Susanti, E. (2020, March). Development of teaching materials arithmetic sequence and series based on android for problem based learning. *In Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1480, No. 1, p. 012024). IOP Publishing.
- Saygın, Ö. ve diğerleri (2006). Yapılandırmacı öğretim yaklaşımının biyoloji dersi konularını öğrenme başarısı üzerine etkisi: Canlılığın temel birimi-hücre. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26(1), 51-64.
- Shaal, S. & Atkeson, C. G. (1994). Robot juggling: Implementation of memory-based learning. *IEEE Control Systems Magazine*, 14 (1), 57-71.
- Shannon, C. (1993). Scientific aspects of juggling, *New York: IEEE Press*, in: Elwood Claude Elwood Shannon. Collected papers. Edited by N. Sloane and A. Wyner, Eds.

- Simon, M. A. and Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6:2, p. 91-104.
- Stadler, J. D. (2002). Juggling and vector compositions. *Discrete Mathematics*, 258, 179-191.
- Suzuki, K., & Harnisch, D. L. (1995). Measuring cognitive complexity: An analysis of performance-based assessment in mathematics. *Paper presented at the 1995 Annual Meeting of the American Educational Research Association*, San Francisco, CA, April 18-22. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 390924)
- Şahin, Ç. (2005) İlköğretim II. kademesinde matematik dersinin öğrenme öğretme sürecinde yapılan etkinliklerin öğretmen ve öğrenci açısından değerlendirilmesi, *Eurasian Journal of Educational Research*, 18, 171-185
- Tavşancıl, E. ve Aslan, A. E. (2001). *Sözel, yazılı ve diğer materyaller için içerik analizi ve uygulama örnekleri*. Epsilon.
- TDK, <http://tdkterim.gov.tr/?kelime=etkinlik&kategori=terim&hng=md>
- T.C. Milli Eğitim Bakanlığı (2019). PISA 2018 Türkiye ön raporu. *Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi*, 10.
- Tural, H. (2005). İlköğretim matematik öğretiminde oyun ve etkinliklerle öğretimin erişimi ve tutuma etkisi (*Doctoral dissertation, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü*).
- Truzzi, M. (1979). On keeping things up in the air. *Natural History*, 88 (10), 44-55.
- Umay, B. (1996). Matematik eğitimi ve ölçülmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 12, 145-149.
- Van den Berg, V., Singh, A. S., Komen, A., Hazelebach, C., van Hilvoorde, I., & Chinapaw, M. J. (2019). Integrating juggling with math lessons: A randomized controlled trial assessing effects of physically active learning on maths performance and enjoyment in primary school children. *International journal of environmental research and public health*, 16(14), 2452.
- Warrington, G. S. (2005). Juggling probabilities. *The American Mathematical Monthly*, 112 (2), 105-118
- Wright, M. *The mathematics of juggling*, 28 Ekim 2020,
<https://www.slideserve.com/woody/matthew-wright-slides-also-by-john-chase>

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (8. Baskı), *Seçkin Yayıncılık*.

Yıldırım, C. (2004). Matematiksel düşünme. 4. Basım, 12.

Ziethen, K.-H. & Allen, A. (1985). Juggling. *The Art and its Artists (First Edition)*, Berlin: Werner Rausch & Wernwe Luft Inc.

Zoharik, J. A. (1995). Constructivist teaching. *Blomington, IN: Phi Delte Kappa Educational Foundations*.

EK 1

SUNUMUN İLK HALİ

Merhaba ben Elif Ceren Çağlıyan.

Başkent Üniversitesi'nde matematik eğitimi üzerine yüksek lisans yapıyorum.

Tez konusu olarak jonglörlüğün matematiğini inceleyip lise müfredatında diziler konusu dahilinde bir ders planı tasarlıyorum.

Ders planı üzerine paylaşacağınız görüşlerin etkinliğin uygulanmasında diğer öğretmenlere de ışık tutacağını düşünüyorum.

Araştırmam için matematik öğretmenlerinden görüş alıyorum.

Edindiğim bilgiler sadece bu araştırmada kullanılacak olup kişisel bilgileriniz tamamen gizli tutulacaktır.

Araştırmaya katıldığınız için teşekkür ederim.

Fazla zamanınızı almamak adına hazırladığım ders planının kısa bir özetini sunacağım.

UYGULAMA ÖĞRETMENİ	ELİF CEREN ÇAĞLIYAN
SINIF	12
SÜRE	4 DERS SAATI
TARİH	
ÖĞRENME ALANI	M.12.2. DİZİLER
ALT ÖĞRENME ALANI	M.12.2.1. GERÇEK SAYI DİZİLERİ
TEMEL BECERİLER	İletişim, akıl yürütme, problem çözme, araştırma, muhakeme yapma, karar verme

Kazanım:

12.2.1.4. Diziler yardımıyla gerçek hayat durumları ile ilgili problemler çözer.

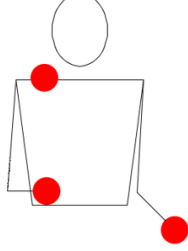
Aritmetik, geometrik ve Fibonacci dizilerine doğadan, çeşitli sanat dallarından örnekler verilir.

Jonglör, belirli bir sayıdaki nesneyi havaya atıp tutan ve bu esnada da en az bir adet nesnenin havada olmasını sağlayan sirk veya sahne sanatçısıdır. Jonglörün yaptığı işe ise jonglörlük denir.

Jonglörlük ile uğraşan kişilerin el, göz ve beden uyumunun gelişip, beynin hem sağ hem de sol loblarını birlikte çalıştırdıklarından soyut ve somut zeka alanlarının ilerleyip yaratıcılıklarının arttığı; reflekslerin kuvvetlendiği; özellikle koordinasyon ve konsantrasyon sorunu olanların, stresle başa çıkmakta zorluk çekenlerin kendilerini daha verimli hissettikleri ortaya çıkmıştır.

Jonglrlüğün matematiksel yapısına kısaca değinelim.

Aşağıda gördüğünüz döngünün adı Cascade döngüsüdür.
(Animasyonu görebilmek için slayt gösterisini başlatmalısınız !!)



Bu döngü 3 tane top ile yapılmaktadır ve toplar her seferinde atılan elden diğerine düşmektedir.

Bu döngüleri matematiksel olarak açıklamamızın bir yolu var. Atışlarımıza sayı atayıp döngüler hakkında yorumlarda bulunabiliyoruz.

Örneğin;

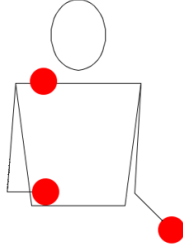
0: Elimiz boş anlamına geliyor.

1: Başka bir topu atıp tutacak zaman bırakmadan bir elden diğerine topu atıyoruz. Birden topu diğer elimize attığımızı düşünebiliriz.

2: 1 rakamıyla ifade edilen atışın aynısını tek elimiz üzerinde yaptığımızı düşünmeliyiz. Birden topu havaya atıp aynı elimiz ile yakalıyoruz.

3: Bir elden diğer ele topu attığımız ve bu sırada başka bir topu daha atabilecek zamanımızın olduğu anlamına gelir.

4: 3 rakamıyla ifade edilen atışın aynı el üzerinde yapılması demektir.



Toplar her seferinde bir elden başka bir ele düşüyor. Demek ki rakam seçerken tek rakamlardan faydalanacağız. Animasyonda top elimizden çıktığı anda kaç atış yaptığımızı dikkatle inceleyelim. Topu attığımız zaman, attığımız top diğer elimize düşmeden önce bir atış daha yaptığımızı görüyoruz. O halde seçeceğimiz rakam 3 olacaktır. 3 top için de hareket aynı olduğuna göre döngümüz 333 olarak ifade edilir.

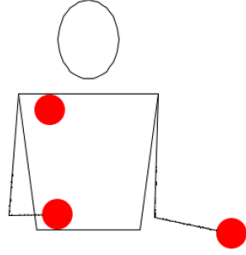
Jonglörükte yapılan her döngüyü bu şekilde matematiksel olarak ifade edebiliriz.

Az önce izlediğiniz animasyon 3 top ile yapıyordu ve döngümüzü 333 olarak ifade etmiştik. Matematiksel olarak ifade ettiğimiz döngüde aritmetik ortalama hesaplırsak bu bize top sayısını verecektir.

$$\frac{3 + 3 + 3}{3} = 3$$

Aritmetik ortalamının top sayısını vermesi tüm jonglörük dizileri üzerinde sağlanır. Dizideki terimlerin aritmetik ortalaması pozitif doğal sayı çıkmazsa o döngü ile top çeviremezsiniz anlamına gelir.

Bir örnek daha verelim:



Bu döngüyü ise 423 olarak ifade ediyoruz. Aritmetik ortalamasını aldığımızda bulunan sonuç bize top sayısını verecektir.

$$\frac{4 + 2 + 3}{3} = 3$$

Jonglörlük içerisinde bundan çok daha fazla matematik barındırmaktadır. Zamanınızı almamak adına çok küçük bir boyutuna değindim.

Matematik dersinde de öğrencilerin bu döngüleri kendilerinin denemelerini sağlayacak etkinlikler planlanabilir.

Örneğin derse bir jonglör çağırılıp öğrencilerle beraber top çevirmeleri sağlanabilir. Jonglörün okula getirilme imkanı yoksa da öğrenciler gruplara ayrılıp herkesin aktif katılacağı jonglörlük etkinlikleri düzenlenebilir.

Böylece ğrenciler hem matematiğin farklı bir yönünü görmüş ve deneyimlemiş olurlar hem de ilgilenen ve devamlılığı sağlayan öğrencilerde koordinasyon gelişimi, beynin iki tarafını da aktif kullanma, stresle baş edebilme gibi durumlar geliştirilebilir.

Bu konuyla ilgili sizlerden görüş almak istiyorum.
Cevaplarınızı bana ulaştırırsanız çok sevinirim.

1. Matematik öğretiminde etkinlik uygulamalarını faydalı buluyor musunuz? Neden?
2. Matematik öğretiminde etkinliklerden faydalaniyor musunuz? Faydalanmıyorsanız kullanmama nedeniniz, faydalaniyorsanız uyguladığınız bir etkinlikten bahsedermisiniz?
3. Matematik öğretiminde etkinlik uygulama sürecinde sıkıntı yaşayabileceğinizi düşünüyor musunuz? Bu durumu okul yönetimi ve sınıf yönetimi açısından açıklarmısınız?

4. Daha önce jonglörük hakkında bir bilginiz var mıydı? Bu konunun derslerde kullanılması hakkında düşünceleriniz nelerdir?

5. Hazırlamış olduğum ders planının diziler öğrenme alanına uygun olarak hazırlandığını düşünüyor musunuz?

6. Hazırlamış olduğum ders planına uyarak dersinizi rahatça işleyebileceğinizi düşünüyor musunuz?

7. Hazırlanan ders planının artılarını ve eksilerini kendinize göre belirtir misiniz?

8. Hazırlanan bu ders planına derslerinizde yer vermek ister misiniz? Neden?
9. İncelemiş olduğunuz ders planının öğrencilerin ilgilerini çekebileceğini düşünüyor musunuz? Nasıl?
10. Hazırlanan bu ders planının uygulanmasında öğrencilerin etkinliklere uyum sağlayabileceğini düşünüyor musunuz?
11. Ders planında aktarılan jonglörün matematiğini öğrencilerin algılamada zorluk yaşayabileceklerini düşünüyor musunuz?

12. Matematiğin gündelik hayattaki bu boyutunu ders planına dahil etmenin faydalı olup olmadığını açıklar mısınız?
13. Sizce jonglör uygulaması öğrencilerde nasıl olumlu etki yaratabilir?
14. Dersinizde jonglör uygulamasının öğrencilerde matematiğe karşı daha olumlu bir tutum oluşturacağını düşünüyor musunuz? Nasıl?

EK 2

SUNUMUN SON HALİ

Başkent Üniversitesi Eğitim Fakültesi

Tez konum olan jonglölüğün matematiğini inceleyip orta öğretim müfredatında yer alan diziler konusu dahilinde bir ders planı hazırlayarak bir etkinliğe yer verdim.

Konuya ilişkin öğretim elemanlarından alacağım görüş ve önerilerin etkinliğin uygulanması kapsamında öğretmenlere de ışık tutacağını değerlendiriyorum.

Alınacak geri dönüşler sadece bu çalışmada kullanılacaktır. Katkılarınız için şimdiden teşekkür ederim.

Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Öğrencisi
E.Ceren ÇAĞLIYAN

UYGULAMA ÖĞRETMENİ	ELİF CEREN ÇAĞLIYAN
SINIF	12
SÜRE	2 DERS SAATİ
TARİH	
ÖĞRENME ALANI	M.12.2. DİZİLER
ALT ÖĞRENME ALANI	M.12.2.1. GERÇEK SAYI DİZİLERİ
TEMEL BECERİLER	İletişim, akıl yürütme, problem çözme, araştırma, muhakeme yapma, karar verme

Kazanım:

12.2.1.4. Diziler yardımıyla gerçek hayat durumları ile ilgili problemler çözer.

Aritmetik, geometrik ve Fibonacci dizilerine doğadan, çeşitli sanat dallarından örnekler verilir.

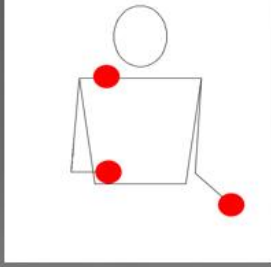
Jonglörlük denge dikkat ve refleks özelliklerinin kullanılmasıyla belirli sayıdaki nesnenin ardışık olarak havaya atılıp tutulması becerisidir.

Jonglörlüğün kişiye kazandırdığı kabiliyetler;

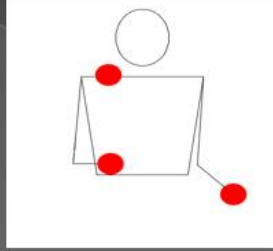
- Dikkat, konsantrasyon, odaklanma, algılama, yaratıcılık, planlama, karar verme, analiz etme ve çözümlenme vb. düşünme yeteneklerini geliştirir.
- Denge, koordinasyon, kuvvet, esneklik, refleks, hız, zamanlama vb. gibi psikomotor yeteneklerini geliştirir.
- Beynin sağ ve sol loblarını dengeli kullanarak; konunun hem bütünü hem de detaylarını görebilme yeteneğini kazandır,
- Kendine güven duygusunu besleyerek stresle başa çıkmakta zorluk çekenlerin kendilerini daha verimli hissetmelerine katkıda bulunur.

Jonglörliğin matematiksel yapısına kısaca değinelim.

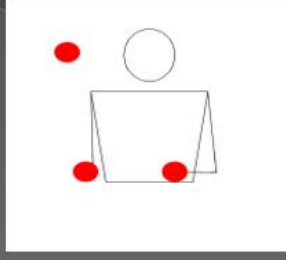
Aşağıda gördüğünüz döngünün adı Cascade döngüsüdür.
(Animasyonu görebilmek için slayt gösterisini başlatmalısınız !)



- Bu döngü 3 tane top ile yapılmaktadır ve toplar her seferinde atılan elden diğerine düşmektedir.
- Bu döngüleri matematiksel olarak açıklamamızın bir yolu var. Juggling diyagramları vasıtası ile döngüleri isimlendirebiliriz.

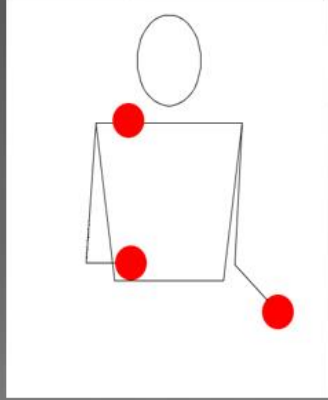


- Diyagramda her renk bir topu temsil etmektedir. R ve L harfleri ise sırasıyla sağ ve sol elimizi ifade eder. Herhangi atışa sayısal değer olarak; atılan her bir topun ele düşmesine kadar yapılan atış sayısının bir fazlası veriliyor.
- Diyagramda 1 numara ile yapılan atışın sayısal değeri için **sarı rengi** incelersek; 1 numaradan(sağ elden) atılıp 4 numaraya (sol ele) düşene kadar iki atış daha yapıldığı görülüyor. Bu iki atışı **yeşil** ve **mavi** renkleri ile görebiliyoruz. O halde bu atışa 3 değerini veriyoruz. Benzer şekilde diğer toplar da aynı hareketi izlediğinden döngü **333** olarak ifade edilir.



- Animasyonda gördüğünüz **juggling** döngüsünün diyagramını inceleyelim. 3 top olduğu için üç farklı renk seçeceğiz. Diyagramda her bir renk için topu attığımız andan düşene kadar saydığımız noktaların bir eksiği o topa atanan numarayı verir. Bu döngü **441** olarak ifade edilir.
- Jonclörlükte yapılan her döngüyü bu şekilde matematiksel olarak ifade edebiliriz. Bu ifadeler juggling dizisi olarak adlandırılır.

- $T = t_1 t_2 \dots t_n$ şeklinde tanımlanan bir juggling dizisi için n sayısına T nin periyodu denir.
- $T = t_1 t_2 \dots t_n$ şeklinde tanımlanan bir juggling dizisinin ortalaması $(\frac{t_1+t_2+\dots+t_n}{n})$, juggling dizisinde kullanılan topların sayısını verir.
- Dizideki terimlerin aritmetik ortalaması **pozitif doğal sayı çıkmazsa** o döngü ile top çeviremezsiniz anlamına gelir.

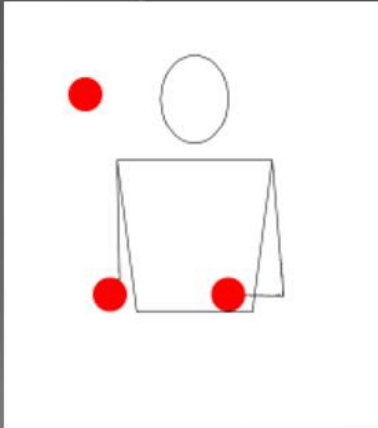


- Örneğin animasyondaki eylem 3 top ile yapılıyor. Periyodu 3 olan bir dizidir.

- Bu döngüyü 333 olarak ifade etmiştik. Matematiksel olarak $T=333$ ifade ettiğimiz juggling dizisinin aritmetik ortalamasını aldığımızda bize top sayısını verecektir. Yani

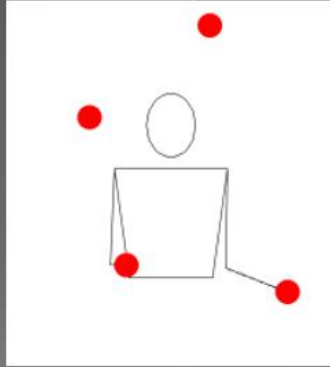
$$\frac{3 + 3 + 3}{3} = 3$$

olup, üç top ile yapılan juggling dizisidir.



- Bu döngüyü ise 441 olarak adlandırmıştık. Animasyonda da 3 top ile yapıldığını görüyoruz. Aritmetik ortalamasını aldığımızda bulunan sonuç bize top sayısını verecektir.

$$\frac{4 + 4 + 1}{3} = 3$$



- Yanda similasyonu verilen döngüyü ise T=5551 olarak ifade ediyor. Animasyonda gördüğümüz üzere 4 top ile yapılabilir.
- T=5551 juggling dizisinin aritmetik ortalamasını aldığımızda top sayısının 4 olduğunu similasyon olmasa dahi görebilmemizi sağlar.

$$\frac{5 + 5 + 5 + 1}{4} = 4$$

- Jonglörlük içerisinde bundan çok daha fazla matematik barındırmaktadır. Zamanınızı almamak adına çok küçük bir boyutuna değindim.
- Matematik dersinde de öğrencilerin bu döngüleri kendilerinin denemelerini sağlayacak etkinlikler planlanabilir.
- Örneğin derse bir jonglör çağırılıp öğrencilerle beraber top çevirmeleri sağlanabilir. Jonglörün gelememesi durumunda dilediğiniz jonglörlük döngüsünün animasyonunu oluşturan uygulamalar internette mevcuttur. Öğrencilerin her birinin aktif katılacağı jonglörlük etkinlikleri düzenlenebilir.
- Böylece öğrenciler hem matematiğin farklı bir yönünü görmüş ve deneyimlemiş olurlar hem de öğrencilerde koordinasyon gelişimi, beynin iki tarafını da aktif kullanma, stresle baş edebilme yetenekleri geliştirilebilir.

Bu konuyla ilgili sizlerden görüş almak istiyorum.

Görüşme soruları sonraki slaytta veriliyor.

1- Daha önce juggling matematiği hakkında bir bilginiz var mıydı?

2- Bu konunun öğrencilerin ilgilerini çekebileceğini düşünüyor musunuz? Nasıl?

3- Dersinizde juggling uygulamasının öğrencilerde matematiğe karşı daha olumlu bir tutum oluşturacağını düşünüyor musunuz? Neden?

4- Juggling konusuna matematiğin gündelik hayattaki uygulaması olarak derslerinizde yer vermek ister misiniz? Nedenlerini açıklayınız?

5- Bu konunun diziler alt öğrenme alanında ders planında kullanılabilir olduğunu düşünüyor musunuz? Cevabınız hayır ise nedenini açıklayabilir misiniz?

6-Öğrencilerin juggling matematiğini algılamada zorluk yaşayabileceklerini düşündüğünüz yerler var mıdır? Varsa açıklayınız?

7- Juggling simülasyon programlarını kullanarak öğrenciler ile birlikte yapılabilecek etkinliklerin artılarını ve eksilerini belirtir misiniz?

8- Juggling dizileri ile bir etkinliği uygulayabileceğinizi düşündüğünüz başka bir öğrenme alanı varsa açıklayınız?

KATKILARINIZ İÇİN TEŞEKKÜRLER

EK 3

DERS PLANI

2021-2022 EĞİTİM-ÖĞRETİM YILI
..... LİSESİ

MATEMATİK DERS PLANI

BÖLÜM 1

UYGULAMA ÖĞRETMENİ	ELİF CEREN ÇAĞLIYAN
SINIF	12
SÜRE	1 DERS SAATİ (40 DK.)
TARİH	
ÖĞRENME ALANI	M.12.2. DİZİLER
ALT ÖĞRENME ALANI	M.12.2.1. GERÇEK SAYI DİZİLERİ
TEMEL BECERİLER	İletişim, akıl yürütme, problem çözme, araştırma, muhakeme yapma, karar verme

BÖLÜM 2

Kazanım:

12.2.1.4. Diziler yardımıyla gerçek hayat durumları ile ilgili problemler çözer.

Aritmetik, geometrik ve Fibonacci dizilerine doğadan, çeşitli sanat dallarından örnekler verilir.

Öğretim Yöntemleri:

Sözlü anlatım, soru cevap, problem çözme, mukayese etme, analiz etme, uygulama

Kullanılan Eğitim Teknolojileri, Araç ve Gereçleri:

Etkileşimli tahta sunuları ve EBA materyalleri. MEB ders kitabı, multimedya araçları, çalışma yaprakları ve etkinlikler

Öğrenme - Öğretme Süreci

Derse Giriş:

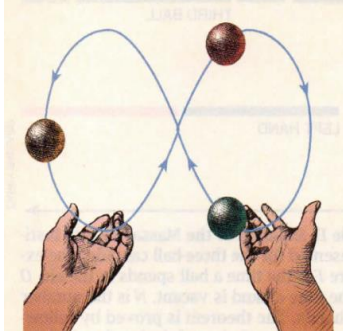
Türk Dil Kurumu'nun güncel sözlüğüne göre örüntü, olay veya nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesidir. Belli bir kural veya dizilime sahip olmalıdır. Daha önceki derslerimizde örüntü örnekleri arasındaki ilişkileri, örüntü terimleri arasındaki farkları ve nasıl bir düzen izleyerek ilerlediğini bulmuştuk. Bulduğumuz düzen vasıtası ile de örüntülerin genel terimlerine ulaştık. Bu dersimizde de örüntülerin günlük hayatımızda karşılaştığımız fakat örüntü olduğuna dikkat etmemiş olabileceğimiz bir duruma değineceğiz. Hepimiz bir şekilde filmlerde olsun kendi hayatımızda olsun sokak sanatçıları ile karşılaşmışızdır. Nasıl gösteriler yaptıkları hakkında bir fikrimiz vardır. Örüntü kısmına değineceğimiz, barındırdığı matematiği fark edeceğimiz kısım ise jonglörölük olacak. Jonglör, belirli bir sayıdaki nesneyi havaya atıp tutan ve bu esnada da en az bir adet nesnenin havada olmasını sağlayan sirk veya sahne sanatçısıdır. Jonglörün yaptığı işe ise jonglörölük denir (Jonglör, t.y.). Jonglörölüğün tarihi milattan önceye dayanır ve yaklaşık 4000 yıllık bir tarihi vardır (Truzzi, 1979; Ziethen ve Allen, 1985). Jonglörölüğün genellikle eğlence kısmı ile ilgilenilmiştir. Matematiksel boyutuna yönelik oldukça az çalışma bulunmaktadır ve onlar da günümüze yakın tarihlerde çalışılmaya başlanmıştır. Ayrıca ByJong Jonglörölük Eğitimi kurucusu Serdar Güven jonglörölük ile uğraşan kişilerin el, göz ve beden uyumunun gelişip farklı beceriler kazandıklarını ve ayrıca beynin hem sağ hem de sol loblarını birlikte çalıştırdıklarından soyut ve somut zeka alanlarının ilerleyip yaratıcılıklarının arttığını; reflekslerin kuvvetlendiğini; özellikle koordinasyon ve konsantrasyon sorunu olanların, stresle başa çıkmakta zorluk çekenlerin kendilerini daha verimli hissettiğini söylemiştir (Güven, 2011).

İşleniş:

Belli başlı juggling döngülerinden 3 tanesini tanımlayalım.

Tek sayıda top ile her bir atışın atıldığı elden bir diğer ele düşüp atılmasıyla oluşturulan döngülere cascade denir (Beek, 1995).

<http://libraryofjuggling.com/JugglingGifs/3balltricks/3ballcascade.gif> eklentiden atışın animasyon hali öğrencilere izletilir. Böylece aşağıdaki resmi daha iyi kavrayabilirler.



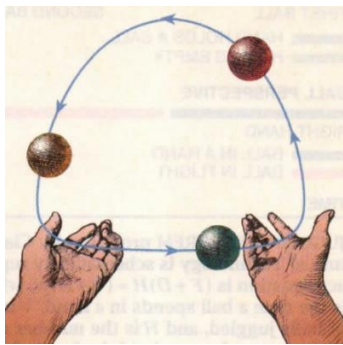
Şekil. Üç top Cascade (Beek ve Lewbel, 1995, s.78)

Herhangi bir sayıda top ile topların dairesel hareket ettiği döngüye shower denir (Beek, 1995).

Aşağıdaki uzantılardan shower hakkında görsel animasyonlara erişilebilir. Öğrenciler bu animasyonlardan sonra resmi daha iyi anlayacaklardır.

http://jugglingworld.biz/images/AnimatedGifs/3ball_shower_man.GIF

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/35/Douche3b.gif>

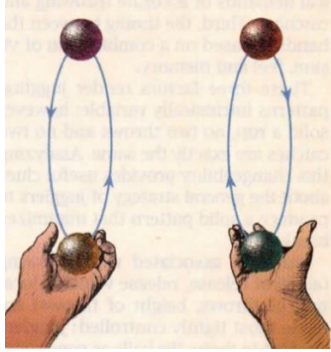


Şekil. Shower (Beek ve Lewbel, 1995, s.78)

Çift sayıda top ile her bir atışın atılmış olduğu aynı ele düşüp atılması ile oluşturulan döngülere fountain denir (Beek, 1995). Böylelikle toplar iki farklı çember oluşturur.

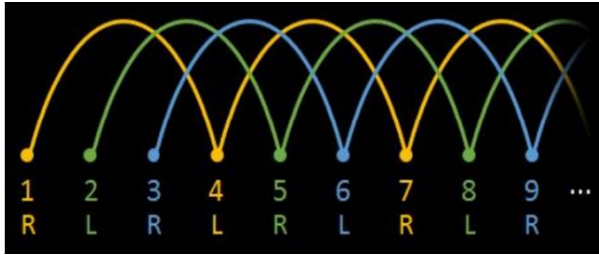
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6b/4-ball_juggling.gif uzantısı

vasıtasıyla öğrencilere fountain deseni gösterilebilir.



Şekil. Fountain (Beek ve Lewbel, 1995, s.78)

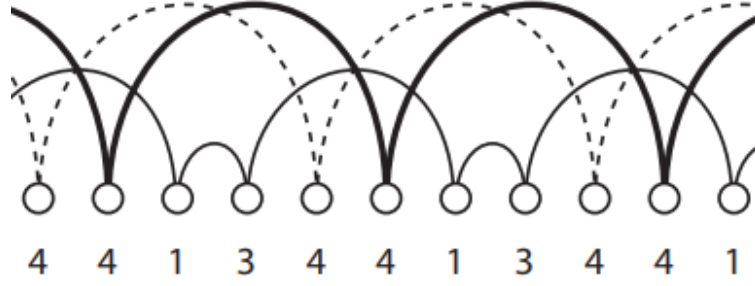
Belli başlı döngülerin isimlerini gördükten sonra matematiksel örüntü boyutuna geçebiliriz.



Örneğin; <http://libraryofjuggling.com/JugglingGifs/3balltricks/3ballcascade.gif>

animasyonunu tekrar izleyip 3 top cascade atışını numaralandırmaya çalışalım. Diyagramda her renk bir topu temsil etmektedir. R ve L harfleri ise sırasıyla sağ ve sol elimizi ifade eder. Toplar her seferinde bir elden başka bir ele düşüyor. Herhangi atışa sayısal değer olarak; atılan her bir topun yere düşmesine kadar yapılan atış sayısının bir fazlası veriliyor. Diyagramda 1 ile numaralandırılmış sarı rengi incelersek sağ elden atılıp sol ele düşene kadar iki atış daha yaptığımızı görüyoruz. Böylece bu topa 3 sayısal değerini veriyoruz. Benzer şekilde 2 ile numaralandırılmış yeşil renk ile yapılan atışa baktığımızda, bu top düşene kadar iki atış daha yapıldığı için bir fazlası olan 3 ile ifade edilir. Aynı şekilde devam edildiğinde üç top ile yapılan bu diyagrama ait gösterim 333 olarak belirlenir.

Aşağıda diyagramı verilen <http://faculty.washington.edu/etou/juggling/441.gif> döngüsü 441 ile ifade edilen juggling dizisine örnek olarak verilebilir.



Cevap: Herhangi atışa sayısal değer olarak, atılan her bir topun yere düşmesine kadar yapılan atış sayısının bir fazlası verildiğini hatırlatarak örüntünün $4 - 4 - 1 - 3 - 4 - 4 - 1 - 3 - 4 - 4 - 1 - 3 - \dots$ şeklinde olacağını ifade ediniz. Kaç top ile juggling yapılabileceğini bulmak için dizinin aritmetik ortalamasını alalım:

$$\frac{4 + 4 + 1 + 3}{4} = 3$$

Sonuç olarak verilen juggling dizisi 3 top ile yapılan bir döngüdür.

2021-2022 EĞİTİM-ÖĞRETİM YILI
..... LİSESİ

MATEMATİK DERS PLANI

BÖLÜM 1

UYGULAMA ÖĞRETMENİ	ELİF CEREN ÇAĞLIYAN
SINIF	12
SÜRE	1 DERS SAATİ (40 DK.)
TARİH	
ÖĞRENME ALANI	M.12.2. DİZİLER
ALT ÖĞRENME ALANI	M.12.2.1. GERÇEK SAYI DİZİLERİ
TEMEL BECERİLER	İletişim, akıl yürütme, problem çözme, araştırma, muhakeme yapma, karar verme

BÖLÜM 2

Kazanım:

12.2.1.4. Diziler yardımıyla gerçek hayat durumları ile ilgili problemler çözer.

Aritmetik, geometrik ve Fibonacci dizilerine doğadan, çeşitli sanat dallarından örnekler verilir.

Öğretim Yöntemleri:

Sözlü anlatım, soru cevap, problem çözme, mukayese etme, analiz etme, uygulama

Kullanılan Eğitim Teknolojileri, Araç ve Gereçleri:

Etkileşimli tahta sunuları ve EBA materyalleri. MEB ders kitabı, multimedya araçları, çalışma yaprakları ve etkinlikler

ETKİNLİK PLANI

1. GİRİŞ:

Geçtiğimiz derste jonglörülüğün tarihsel gelişimine değinerek derse başlamıştık. Daha sonra matematiğin günlük yaşantımızda bir boyutu olan jonglörülüğü incelemeye başladık. Belli başlı juggling dizilerine değindik. Peki örüntüsü verilen bir juggling döngüsünü dizi olarak nasıl ifade ediyorduk? (Bu sorunun ardından sınıftan birkaç kişiye söz verilir.) Verilen bir juggling dizisindeki top sayısını nasıl hesaplıyorduk?

Bu dersimizde bir jonglör misafirimiz olacak. (Jonglör çağrılmıyorsa simülasyon programları kullanılabilir.) Geçen derste öğrendiğimiz bilgileri bize uygulamalı olarak gösterecek. Daha sonra sınıfı 4 gruba ayıracağım ve her grup juggling yapmaya jonglörümüz eşliğinde çalışacak. Bir önceki derste öğrendiklerimizi göz önünde bulundurursanız top çevirmede daha başarılı olabilirsiniz. Juggling yaparak beyninizin sağ ve sol lobunu da bir arada çalıştırmış olacaksınız ve devamlı, istikrarlı bir çalışma ile birlikte derslerinizdeki başarılarınızı da arttırabilirsiniz. Ayrıca matematikten de keyif alacağınızı umuyorum.

2. KEŞFETME:

Sınıf mevcuda göre 4 gruba ayrılır. Her gruptaki öğrenciler sıraya girer ve diğer gruplar ile yarışarak juggling yapmaya çalışırlar. Jonglörümüz iki top ile bir juggling dizisi seçer ve uygulayarak gösterir. (Simülasyon programından istenilen döngü de seçilebilir.) Her grubun ilk sırasındaki öğrenci aynı anda bu döngüyü yapmaya çalışır. Topları düşüren ilk iki kişi gruba puan getiremez. Diğer iki kişi grubuna beşer puan kazandırır. Sıra diğer 4 öğrenciye gelir ve jonglörümüz (ya da simülasyon programı) farklı bir döngüyü gösterir. Öğrenciler aynı anda başlayarak topu en son düşüren olmaya çalışırlar. Tekrar ilk düşüren iki kişi elenir. Tüm öğrenciler oynayana kadar etkinlik devam eder. En son sıradaki öğrenciler de puan aldıktan sonra kazanan iki grup belirlenir ve etkinliğin ikinci aşamasına sadece bu iki grup katılır. Bu sefer jonglörümüz (ya da simülasyon programı) üç top ile juggling yapar. Tüm sınıfça çalışmalarını için 15 dakika zaman verilir. Çalışmanın ardından finalist olan iki grup elenen iki gruptan teker teker öğrencileri gruplarına seçerler. Yeni

oluşan iki grup sıraya girer. Önce sıranın başındaki kişiler birbirleriyle yarışrlar. Topu ilk düşüren elenir ve kazanan kişi takımına 10 puan getirir. Bütün öğrencilere sıra gelene kadar etkinlik sürer ve kazanan grup belirlenir.

Öğrenciler etkinliğin her aşamasında aktif rol oynarlar. Öğretmen ve jonglörümüz (ya da simülasyon programı) rehber görevi görür. Öğrenciler hangi döngülerin nasıl sonuç verdiğini, döngüleri kaç top ile yapabileceklerini kendileri keşfetmiş olurlar. Matematiği yaşayarak öğrenmelerine de bir imkan sağlanmış olur.

3. AÇIKLAMA:

Etkinliğin açıklama aşamasında bir tartışma ortamı yaratılabilir. Öğrenciler etkinlikten öğrendiklerini ve deneyimlediklerini ifade ederler. Öğretmen de yanlış öğrenmeler oluştuysa giderir. Öğretmen bu kısımda çok aktif bir rol üstlenmelidir. Öğrencileri düşünmeye sevk edebilmelidir. Örneğin ilk yaptıkları iki top juggling çalışması ile ilgili nasıl bir döngü elde ettikleri öğrencilere sorulur. Öğretmen başka döngü dizilim örnekleri de vermelidir. Jonglörden (ya da simülasyon programında döngüler girilir) bu döngü örneklerini göstermesi istenir ve öğretmen de jonglör (ya da simülasyon programı) döngüleri yaparken açıklamalarda bulunur.

4. DERİNLEŞTİRME:

Bu aşamada iki ve üç top ile yaptıkları juggling döngülerine ek olarak öğrencilerden döngü dizisi oluşturmaları istenir. Tüm öğrencilerin düşünmeleri sağlanır. Farklı bir döngü ortaya koymaya çalışmaları ise öğrencilere yeni bir durum oluşturmaları fırsatını verir.

5. DEĞERLENDİRME:

Dersin bu son aşamasında öğretmen ve öğrenciler dersin kısaca bir değerlendirmesini yaparlar. Etkinlik süreci ve öğrencilere neler kattığı tartışılır. Öğretmen derste yapılanları özetleyerek dersi bitirir.

EK 4

Görüşme Soruları

1. Daha önce juggling matematiği hakkında bir bilginiz var mıydı?
2. Bu konunun öğrencilerin ilgilerini çekebileceğini düşünüyor musunuz? Nasıl?
3. Dersinizde juggling uygulamasının öğrencilerde matematiğe karşı daha olumlu bir tutum oluşturacağını düşünüyor musunuz? Neden?
4. Juggling konusuna matematiğin gündelik hayattaki uygulaması olarak derslerinizde yer vermek ister misiniz? Nedenlerini açıklayınız?
5. Bu konunun diziler alt öğrenme alanında ders planında kullanılabilir olduğunu düşünüyor musunuz? Cevabınız hayır ise nedenini açıklayabilir misiniz?
6. Öğrencilerin juggling matematiğini algılamada zorluk yaşayabileceklerini düşündüğünüz yerler var mıdır? Varsa açıkla mısınız?
7. Juggling simülasyon programlarını kullanarak öğrenciler ile birlikte yapılabilecek etkinliklerin artılarını ve eksilerini belirtir misiniz?
8. Juggling dizileri ile bir etkinliği uygulayabileceğinizi düşündüğünüz başka bir öğrenme alanı varsa açıkla mısınız?

EK 5

İntihal Raporu

juggling

ORJİNALLİK RAPORU

%9

BENZERLİK ENDEKSİ

%9

İNTERNET KAYNAKLARI

%3

YAYINLAR

%3

ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ

BİRİNCİL KAYNAKLAR

1

acikbilim.yok.gov.tr

İnternet Kaynağı

%4

2

dergipark.gov.tr

İnternet Kaynağı

%1

3

dergipark.ulakbim.gov.tr

İnternet Kaynağı

%1

4

docplayer.biz.tr

İnternet Kaynağı

%1

5

www.researchgate.net

İnternet Kaynağı

%1

6

www.hurriyet.com.tr

İnternet Kaynağı

<%1

7

www.acarindex.com

İnternet Kaynağı

<%1

8

dspace.ankara.edu.tr

İnternet Kaynağı

<%1

9

Submitted to Konya Necmettin Erbakan
University

Öğrenci Ödevi

<%1

EK 6

İzin Formu

Evrak Tarih ve Sayısı: 10.05.2022-E.357567



T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
GAZİ EĞİTİM FAKÜLTESİ
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölüm Başkanlığı

Sayı : E-57618914-903.07.03-357567
Konu : Araştırma İzni (Elif Ceren
ÇAĞLIYAN)

10.05.2022

GAZİ EĞİTİM FAKÜLTESİ DEKANLIĞINA

İlgi : 09.05.2022 tarihli ve 89377925-903.07.03- 355770 sayılı yazı.

Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans programı öğrencisi Elif Ceren Çağlıyan'ın "Juggling'deki matematik" konulu tez çalışması kapsamında uygulama yapma talebi öğretim elemanlarından izin almak kaydıyla Anabilim Dalımız ve Bölüm Başkanlığımızca uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Prof. Dr. Musa SARI
Bölüm Başkanı

Ek:1 Sh



T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
GAZİ EĞİTİM FAKÜLTESİ
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Başkanlığı

Sayı : E-16156077-903.07.03-357514
Konu : Araştırma İzni (Elif Ceren
ÇAĞLIYAN)

10.05.2022

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ BÖLÜM BAŞKANLIĞINA

İlgi : 09.05.2022 tarihli ve 89377925-903.07.03- 355770 sayılı yazı.

Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans programı öğrencisi Elif Ceren Çağlıyan'ın "Juggling'deki matematik" konulu tez çalışması kapsamında uygulama yapma talebi Anabilim Dalımız öğretim üyelerinden izin alınmak kaydıyla uygun bulunmuştur.
Bilgilerinize ve gereğini arz ederim.

Prof. Dr. Devrim ÇAKMAK
Anabilim Dalı Başkanı



1993

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ

Eğitim Fakültesi Dekanlığı

Sayı :E-17284067-600-119558
Konu :Araştırma İzni (Elif Ceren Çağlıyan)
Hk.

14.04.2022

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 13.04.2022 tarih ve 119404 sayılı yazınız.

Enstitünüzün ilgi yazı ile belirttiği, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrenciniz Elif Ceren Çağlıyan'ın "Juggling'deki Matematik" başlıklı tez araştırmasının Fakültemizin Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümünde görev yapan öğretim görevlileri ile yapmak istediği anket çalışması uygun görülmüştür.

Gereği için bilgilerinize rica ederim

Saygılarımla

Prof. Dr. Sadegül AKBABA ALTUN
Dekan

EK 7

Taahhütname

**MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞINA BAĞLI OKUL VE KURUMLARDA
GERÇEKLEŞTİRİLECEK ARAŞTIRMA UYGULAMALARINA İLİŞKİN**

ARAŞTIRMA İZİNİ BAŞVURU TAAHHÜTNAMESİ

1. Araştırmam boyunca anayasa/kanun ve yönetmeliklere uygun davranacağımı,
2. Araştırmayı yürüteceğim okulun/kurumun kurallarına uyacağımı,
3. Araştırmam boyunca hiç kimseyi araştırmama/çalışmama katılmaya zorlamayacağımı,
4. Araştırmayı/çalışmayı bana tahsis edilen mekân/sınıf ve zamanda gerçekleştireceğimi,
5. Araştırmanın olası fiziksel/ruhsal zararları konusunda katılımcıları bilgilendireceğimi,
6. Araştırmam/ çalışmam sırasında topladığım kişisel bilgileri koruyacağımı,
7. Araştırmam/çalışmam için gerektiği kadar veri toplayacağımı,
8. Araştırma/çalışma sırasında öğrencilerin derslerinde/çalışmalarında herhangi bir kayıplarının olmayacağını,
9. Araştırmam/çalışmam sırasında herhangi bir ticari faaliyette bulunmayacağımı, katılımcıları herhangi bir ürün/eser/tedaviye yönlendirmeyeceğimi,
10. Araştırma izin evraklarını okul yönetimine teslim edeceğimi,
11. Araştırma/çalışma sırasında izni olan evrakları kullanacağımı,
12. Tıbbi araştırmalarda araştırma/çalışmanın uygulama sırasında etik kurallara uyacağımı,
13. Araştırma/çalışma sırasında topladığım ses ve görüntü kayıtlarını güvenilir ortamlarda saklayacağımı ve araştırma/çalışma sonrasında imha edeceğimi,
14. Genelge hükümlerine aykırı davranmam ve herhangi bir yanlış ifade, beyan ve maddi gerçeği gizleme gibi durumlarda adli ve idarî işlemlerin yürütülmesini kabul edeceğimi,
15. İzin alınmış araştırmalarda/projelerde insanlarla ilgili yapılacak anket, görüşme, gözlem, alan araştırması, uygulama ve incelemelerde sağlık, güvenlik, insan hakları, mevcut mevzuat hükümleri, hukukun genel ilkelerini ihlal etmeyeceğimi ve etik ilkelere uyacağımı,
16. Araştırma ile ilgili sonuç raporlarını çalışmanın bitiş tarihinden itibaren 30 gün içinde izin aldığım birime ulaştıracağımı,

Kabul ettiğimi beyan ederim.

Araştırmanın Adı :

Araştırmacı :

Tarih

İmza

İsim - Soyisim